

LA DISTRIBUCIÓN NORMAL Y LA CALCULADORA GRÁFICA

Abel Martín. Profesor de Matemáticas y Física y Química del IES La Ería (Oviedo)

aulamatematica@gmail.com

INTRODUCCIÓN: La distribución normal tiene numerosas aplicaciones en el campo de la probabilidad y la estadística, siendo su función de densidad:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2}$$

De forma clásica y tradicional hemos resuelto, y seguimos resolviendo, este tipo de problemas con la ayuda de unas tablas que vienen incorporadas en los libros de texto. En la pruebas de selectividad, o bien nos facilitan una fotocopia de estas tablas, o bien nos proporcionan, al final del ejercicio, algunos valores de la función de distribución de la normal de media 0 y desviación típica 1, dándonos, en realidad, una pista de la estrategia que deberemos de seguir.

Pues bien, lo largo de este artículo vamos a describir una nueva forma de afrontar estos problemas, suponiendo que el alumno tiene una calculadora gráfica como herramienta habitual (en nuestro caso utilizamos la **CFX 9850 GB PLUS de CASIO**, con unas prestaciones excelentes para introducirnos posteriormente en el mundo de la Inferencia Estadística), como ya ocurre en las "aulas" de la casi totalidad de los países desarrollados, incluidas algunas de nuestras comunidades autónomas, permitiéndonos comprobar rápidamente, de forma visual, aquello que estamos buscando, con un enfoque más investigador e innovador, dando prioridad al razonamiento, permitiéndonos más tiempo para pensar y analizar tanto lo que hacemos como los resultados que obtenemos.

ACTIVIDAD (Propuesta en SELECTIVIDAD Comunidad Valenciana)

Los ingresos diarios de una empresa siguen una distribución normal, con media 35 560 PTAS y desviación típica 2 530 PTAS.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que un día cualquiera tenga unos ingresos inferiores a 32 000 PTAS?, ¿y cuántos días en un año?

(b) Calcula cuántos días en un año se espera obtener unas ventas superiores a 40 620 PTAS.

(c) Justifica si es o no razonable el esperar obtener un día unas ventas superiores a 55 000 PTAS.

(d) ¿Cuál es la probabilidad de que un día cualquiera se obtengan unos ingresos comprendidos entre 34 000 PTAS y 37000 PTAS.

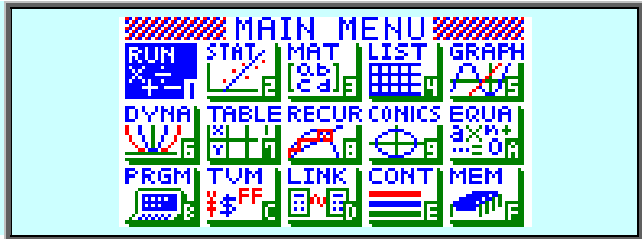
ENCUADRANDO EN PROBLEMA:

Se trata de una distribución **N(35 560, 2 530)**

Para calcular las diferentes probabilidades iremos "tipificando" ① los valores de referencia y posteriormente las correspondientes probabilidades en la tabla de distribución N(0, 1)

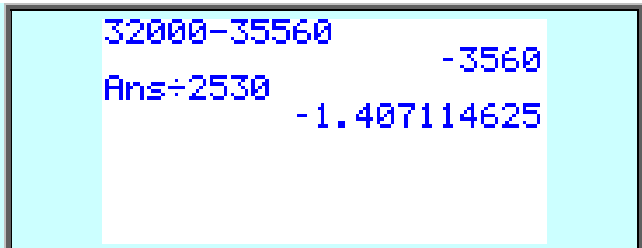
RESOLUCIÓN apartado a

AC Presiona los cursores \blacktriangledown \blacktriangleright \blacktriangleleft \blacktriangleup que consideres adecuados en el MENÚ INICIAL de presentación para seleccionar el modo **RUN** (o bien presiona directamente la tecla **1**)



$$P(X < 32\ 000) \Rightarrow \text{1} \Rightarrow P\left(Z < \frac{32000 - 35560}{2530}\right)$$

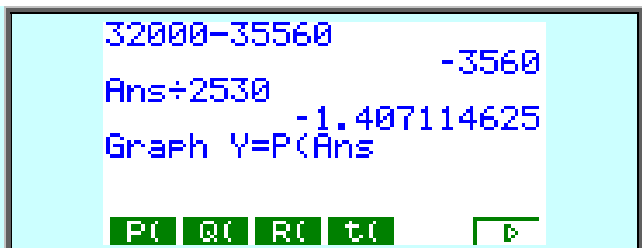
3 2 0 0 0 -
 3 5 5 6 0 EXE
 ÷ 2 5 3 0 EXE



$$P(X < 32\ 000) \Rightarrow \text{1} \Rightarrow P(Z < -1.407114625)$$

BUSCAMOS LA ESTRATEGIA DE CÁLCULO DEL VALOR CON LA AYUDA DE LA CALCULADORA GRÁFICA

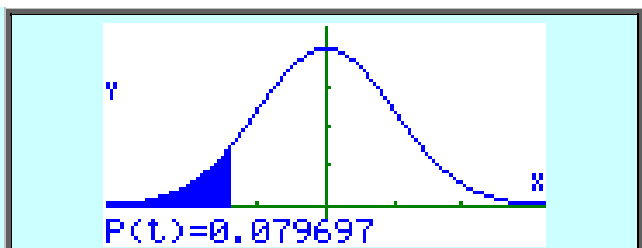
Sketch GRPH Y= OPTN ▸ PROB ▸
SHIFT **F4** **F5** **F1** **F6** **F3** **F6**
 $P(\text{Ans})$
F1 **SHIFT** **(-)**



La función $P()$ nos dará la probabilidad de que la variable tipificada en estudio sea menor o igual que un valor dado, calculándola a través de la expresión

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \cdot e^{-t^2/2} dt$$

EXE



$$0.079697 \cdot 365 = 29.089405$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

La probabilidad de ingresar diariamente menos de 32 000 PTAS es de 0.079697, estimándose que durante 29 días al año las ventas serán inferiores a las mencionadas 32 000 PTAS.

RESOLUCIÓN apartado b

$$P(X > 40\,620) \Rightarrow \textcircled{1} \Rightarrow P\left(Z > \frac{40\,620 - 35\,560}{2\,530}\right) = P(Z > 2)$$

A) BUSCAMOS LA ESTRATEGIA DE CÁLCULO DEL VALOR CON LA AYUDA DE LA CALCULADORA GRÁFICA

The calculator screen shows the calculation of the standard deviation: $40620 - 35560 = 5060$, then $\text{Ans} \div 2530 = 2$. The function $R(\text{Ans})$ is selected for the next step.

La función $R(\)$ nos dará la probabilidad de que la variable tipificada en estudio sea mayor o igual que un valor dado, calculándola a través de la expresión

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_t^{+\infty} e^{-t^2/2} dt$$

The calculator screen shows the graph of the normal distribution function. The result of the calculation is $R(t) = 0.02275$.

$$0.02275 \cdot 365 = 8.30375$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

La probabilidad de ingresar diariamente más de 40 620 PTAS es de 0.02275, estimándose que durante 8 días del año las ventas superarán las 40 620 PTAS.

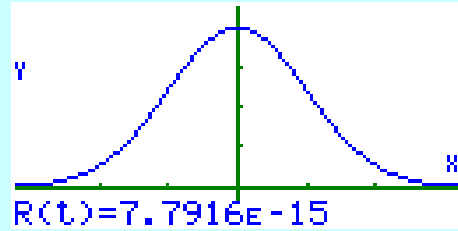
RESOLUCIÓN apartado c

$$P(X > 55\,000) \Rightarrow \textcircled{1} \Rightarrow P\left(Z > \frac{55\,000 - 35\,560}{2\,530}\right) = P(Z > 7.683794)$$

BUSCAMOS LA ESTRATEGIA DE CÁLCULO DEL VALOR CON LA AYUDA DE LA CALCULADORA GRÁFICA

The calculator screen shows the calculation of the standard deviation: $55000 - 35560 = 19440$, then $\text{Ans} \div 2530 = 7.683794466$. The function $R(\text{Ans})$ is selected for the next step.

EXE



$$P(Z > 7.7916 \cdot 10^{-15}) \cong 0$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

Es completamente no razonable encontrar ventas superiores a las 55 000 PTAS.

RESOLUCIÓN apartado d

$$P(34\,000 \leq X \leq 37\,000) =$$

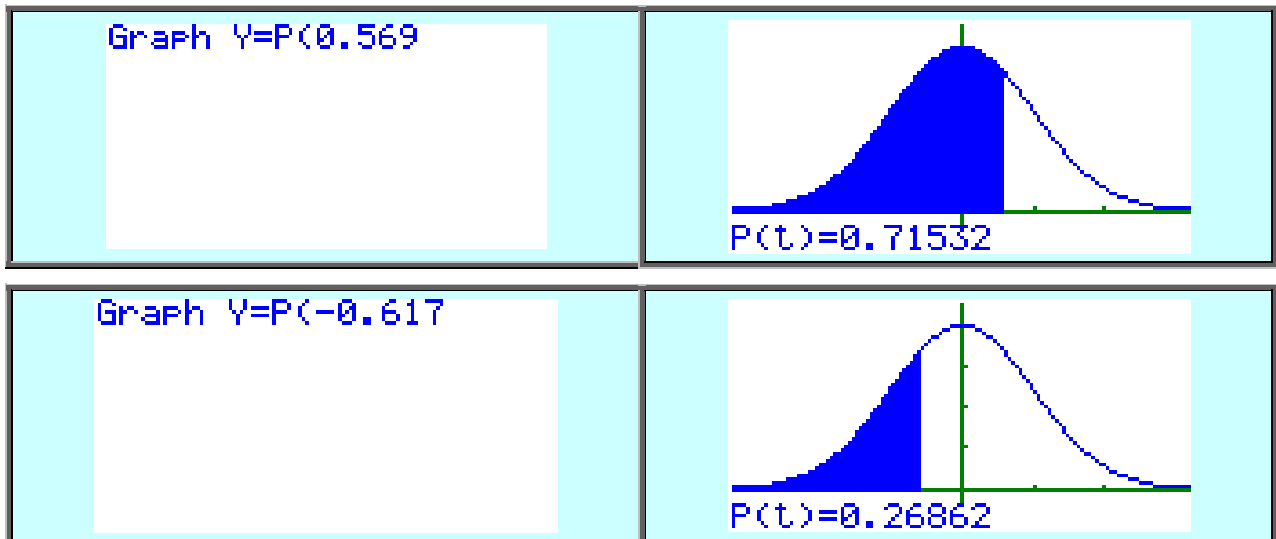
$$\textcircled{1} \Rightarrow P\left(\frac{34000 - 35560}{2530} \leq Z \leq \frac{37000 - 35560}{2530}\right) =$$

$$P(-0.617 \leq Z \leq 0.569) =$$

BUSCAMOS LA ESTRATEGIA DE CÁLCULO DEL VALOR CON LA AYUDA DE LA CALCULADORA GRÁFICA

$$P(-0.617 \leq Z \leq 0.569) = P(Z \leq 0.569) - P(Z \leq -0.617)$$

Volvemos a operar con la calculadora de manera similar a los apartados anteriores:



$$P(-0.617 \leq Z \leq 0.569) = P(Z \leq 0.569) - P(Z \leq -0.617)$$

$$0.71532 - 0.26862 = 0.4467$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS

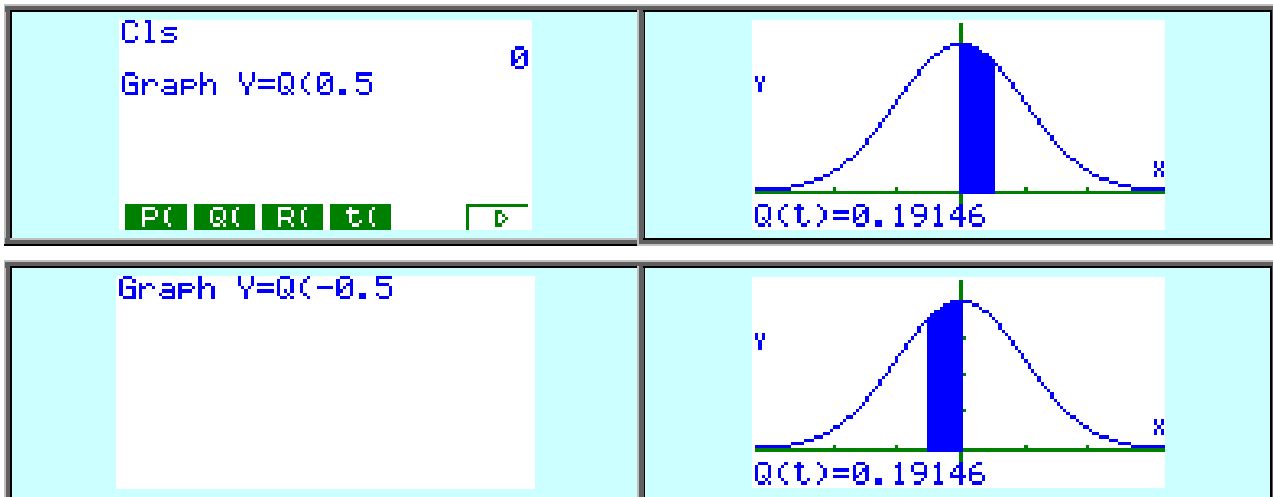
La probabilidad de ingresar un día cualquiera entre 34 000 y 37 000 PTAS se estima de 0.4467.

Como hemos podido observar en el submenú de la pantalla aparecen otras funciones que no hemos utilizado en esta actividad:



A) La función $Q()$ nos dará la probabilidad de la variable tipificada desde el valor en estudio hasta el origen, calculándola a través de la expresión

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t \cdot e^{-t^2/2} dt$$



B) La función $t()$ nos dará la probabilidad de la variable tipificada a partir de una lista de valores. Sólo podremos utilizarla una vez introducidos los datos para una variable en el modo ESTADÍSTICO.

$$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma n}$$

Pero en fin, todo esto lo trataremos en un próximo número, donde podremos seguir disfrutando de las prestaciones visuales que le dan al alumnado una gran autonomía para contrastar soluciones, confirmar hipótesis y desarrollar los conocimientos matemáticos adquiridos, evitándole los cálculos farragosos, y permitiéndole hacer MATEMÁTICAS, con la ayuda de las NUEVAS TECNOLOGÍAS, tan próximas a las nuevas generaciones.

Todo esto y más lo puedes encontrar en www.aulamatematica.com