¿ MODIFICARÁ LA CALCULADORA GRÁFICA EL ENFOQUE DEL CURRICULUM EN LAS PRUEBAS PAU?. LA INTEGRAL DEFINIDA. CÁLCULO DE ÁREAS.

Grupo ASTURCÁLCULO: Abel Martín, Rosana Álvarez García, Armando Menéndez, Cristina Suárez Arteche, María Andrés Alonso y Pilar Gómez Álvarez.

En el número 10 de la revista 22/7 se abordaba la utilización de la calculadora para resolver casos sencillos de integrales definidas. En este número queremos dar un paso más y proponer unos problemas literales donde el alumno aplique los conceptos y procedimientos estudiados en el tema, donde prime el razonamiento, la comprensión y el análisis sobre el cálculo mecánico y la utilización de los algoritmos con lápiz y papel, y que podrían servir de base para contestar a la pregunta formulada en el título.

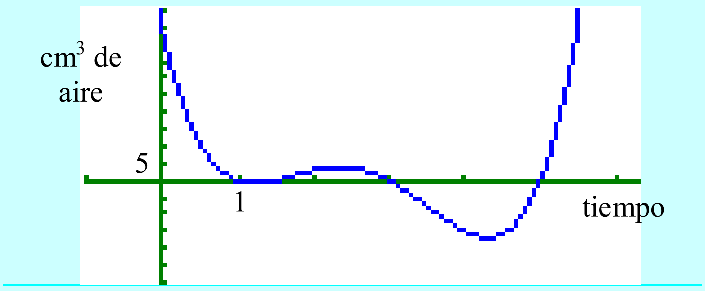
ACTIVIDAD

Un globo es sometido durante un tiempo "t" (expresado en segundos) a un proceso de inflado y desinflado, según la siguiente función, donde f(t) expresa los cm^3 , por segundo, que <u>entran o salen</u> por la boquilla:

$$f(t) = 2t^4 - 21t^3 + 73t^2 - 99t + 45$$

a) Representa gráficamente la cantidad de aire que entra y que sale del globo, en cada momento.

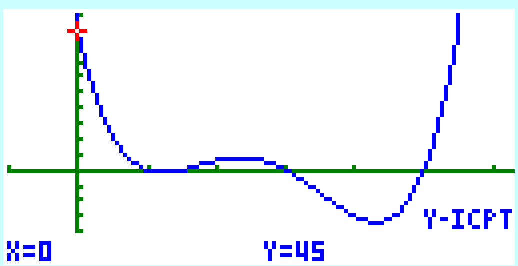
(1*)



b) Al principio, ¿estaba el globo vacío?.

G-Solve Y·ICPT
F5 F4

Comprobamos el valor que alcanza la función para **t = 0**

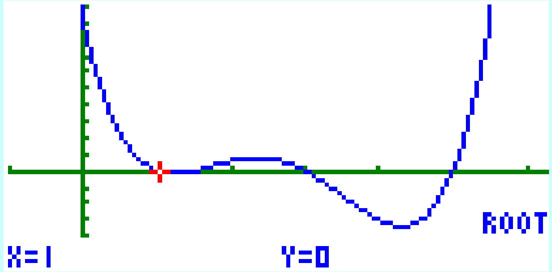


Al principio el globo contenía 45 cm^3 de aire

c) ¿Cuánto tiempo dura la primera entrada de aire?.

G-Solve ROOT
F5 F1

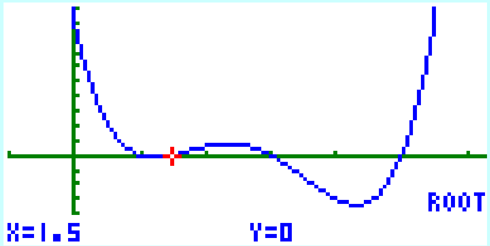
La primera entrada de aire dura 1 segundo



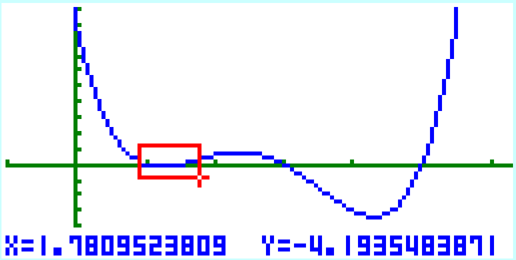
d) ¿Cuánto tiempo dura la primera salida de aire?.

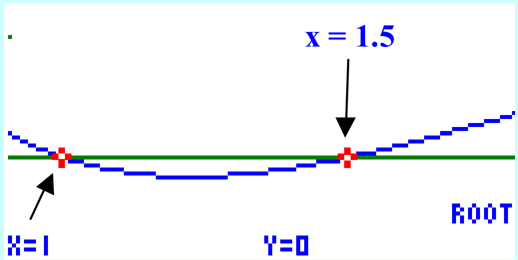
▶

La primera salida de aire dura 0.5 segundos

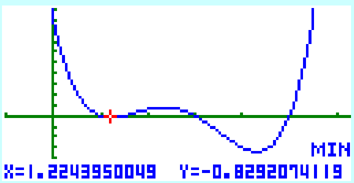


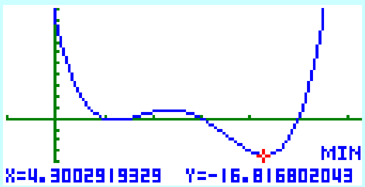
Hagamos un zoom en caja para observar con más detalle dicha zona:





e) ¿En qué momento el globo sufre el mayor volumen de salida de aire? ¿Cuánto aire sale en ese preciso instante?.





A los 4.3 segundos, momento en el que salen 16.816 cm^3

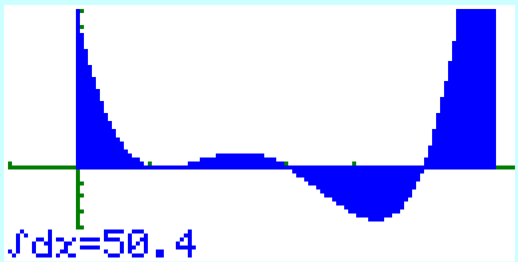
f) ¿Cuánto aire tiene el globo al cabo de 6 segundos?.

Aplicamos directamente el concepto de integral definida:

Vamos a averiguarlo desde **RUN**

MENU 1 SHIFT F4 (Sketch) F5 (GRPH) F5 (G-∫dx) VARS F4 (GRPH)

F1 (Y) 1 , 0 , 6 EXE



$$F(t) - F(0) = \int_0^t f(x)\,dx \qquad t > 0$$

Sabiendo que $F(0) = f(0) = 45$

$$\mathbf{F(t) = F(0) + \int_0^t f(x)\,dx} \qquad t > 0$$

$$\mathbf{F(t) = 45 + 50.4 = 95.4}$$

A los 6 segundos el globo tiene 95.4 cm^3 de aire.

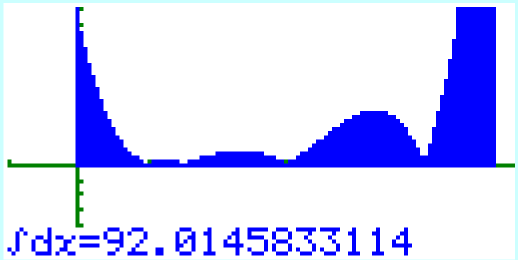
g) ¿Cuánto aire habrá pasado por la boquilla del globo al cabo de 6 segundos?.

En este caso vendrá dado por la superficie total ⇨ en valor absoluto:

EXIT EXIT EXIT AC SHIFT F4 (Sketch) F1 (Cls) EXE

AC F5 (GRPH) F5 (G-∫dx) OPTN F6 (▷) F4 (NUM) F1 (Abs) VARS

F4 (GRPH) F1 (Y) 1 , 0 , 6 EXE



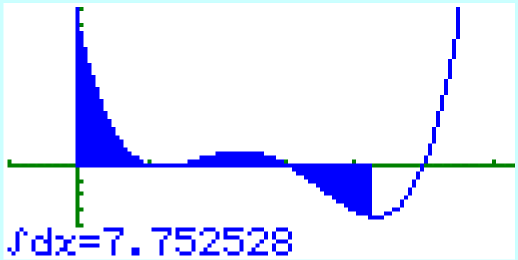
A los 6 segundos habrá pasado 92.014 cm³ de aire.

h) ¿Cuánto aire hay dentro del globo al cabo de 4 segundos y 2 décimas de segundo?.

Esta respuesta la obtendremos calculando previamente el valor de “y” para x = 4.2?

t = 4.2 ¿F(t)?

Graph ∫Y1, 0, 4.2



$$\mathbf{F(t) = F(0) + \int_0^t f(x)\,dx} \qquad t > 0$$

$$\mathbf{F(t) = 45 + 7.753 = 52.753}$$

A los 4 segundos y 2 décimas el globo tiene 52.753 cm³ de aire.

i) ¿Cuánto tardará el globo en estar vacío?.

Habrá que buscar cuándo:

$$\mathbf{F(0) + \int_0^t f(x)\,dx = 0}$$

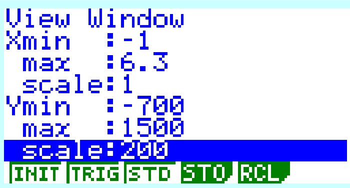
$$45 + \int_0^t (2x^4 - 21x^3 + 73x^2 - 99x + 45) = 0$$

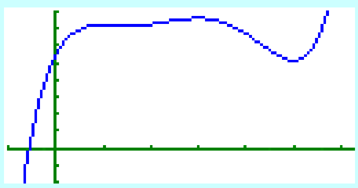
Aplicamos la regla de Barrow

$$\int_0^t (2x^4 - 21x^3 + 73x^2 - 99x + 45) = -45$$

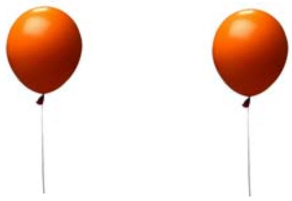
$$\frac{2}{5}t^5 - \frac{21}{4}t^4 + \frac{73}{3}t^3 - \frac{99}{2}t^2 + 45t + 45 = 0$$

Utilizamos la calculadora gráfica y representamos esta función para comprobar cuando t = 0





No estará vacío en ningún momento.



ACTIVIDADES DE CONSOLIDACIÓN

1.- Una tubería se ha roto y pierde agua según la siguiente función:

$$f(t) = 11.4 + 1.54t$$

donde f(t) viene expresado en litros/minuto, siendo "t" los minutos transcurridos desde que se rompe la tubería.

a) Dibuja la función polinómica.

b) Dibújala ahora teniendo en cuenta el dominio en el contexto del problema.

c) ¿Cuántos litros se pierden en el instante en el que se rompe la tubería?.

d) ¿Cuál es la función que determina el agua perdida al cabo de "t" minutos?.

e) ¿Cuánta agua se perderá si no se repara la tubería en los 15 primeros minutos?.

f) ¿Cuál es la cantidad de este agua que se ha perdido en los últimos 5 minutos?.

2.- Los trazados de una carretera y un río siguen, respectivamente, las funciones $C(x) = 0$ y $R(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)^2$.

a) ¿Cuántos puentes serán necesarios?.

b) ¿Cuál es la distancia máxima entre el río y la carretera en el trayecto limitado por los puentes?.

c) ¿A qué lado de la carretera construirías un área recreativa?. Razona la respuesta.

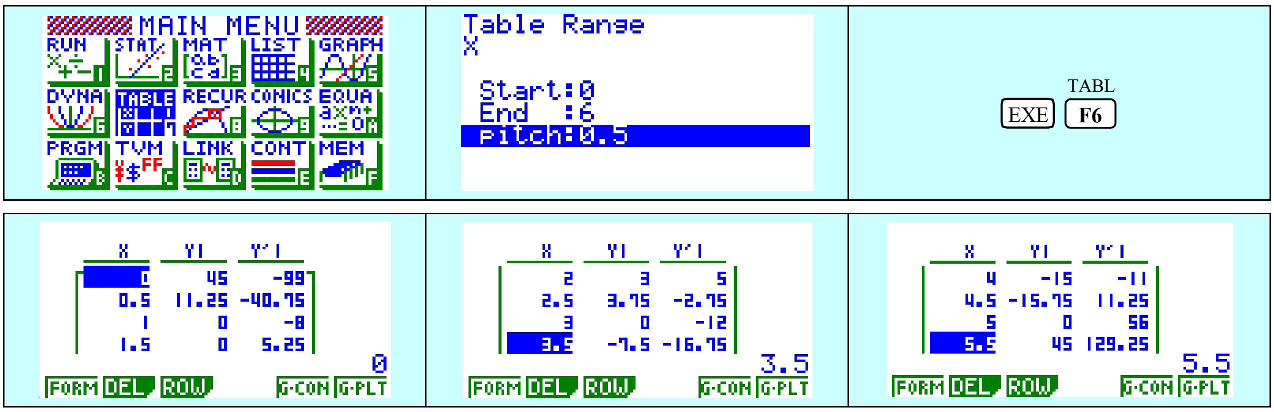
d) ¿Cuánto costaría el terreno de dicho área si el m^2 cuesta 10 euros?. Expresa el resultado en PTAS.

Este tipo de actividades servirían de base para que cada uno de nosotros reflexionase y contestase a preguntas como las siguientes:

¿Cómo tendrían que cambiar los enunciados de los problemas en el caso de que se permita el uso de la calculadora gráfica como herramienta auxiliar?.

¿Qué puede aportar el uso de la calculadora en la resolución de los problemas que ya existen?.

(1*) Para determinar los parámetros de la escala tanteamos, "a priori", algún valor para detectar el "**Dominio de la función**" y **"el recorrido"** de la misma**,** conceptos en los que profundizamos con los alumnos, ayudándonos mediante la creación de una tabla:



Después de observar y analizar el **"dominio y recorrido de la función" (Y1)** a través de las tablas, decidimos tomar los valores de los parámetros indicados anteriormente, para una mejor visualización de los ejes de coordenadas.