

La Función Cuadrática

Abel MARTÍN. Profesor de Matemáticas del IES Valliniello (Asturias).

En este pequeño trabajo se pretende presentar la parte del tema “La función cuadrática”, (Nivel 4º de ESO, opción B), en la que hemos utilizado la calculadora gráfica (en nuestro caso la CFX - 9850G de CASIO) como herramienta de trabajo, para confirmar los resultados obtenidos, afianzar conceptos y visualizar significados geométricos, obviando así el farragoso trabajo de realizar cálculos repetitivos, dando prioridad al razonamiento, uno de nuestros objetivos fundamentales, sobre el cálculo.

En el presente artículo hemos omitido la parte en la que la metodología aplicada se basaba en la resolución de problemas CON LÁPIZ Y PAPEL y que todos tenemos ya muy claro como enfocarla.

LA FUNCIÓN CUADRÁTICA.

La función cuadrática es una función polinómica de segundo grado de la forma

$$y = a x^2 + b x + c$$

Siendo a, b, c NÚMEROS REALES y además $a \neq 0$.

Su representación gráfica es una parábola.



ACTIVIDAD 1

Representa gráficamente la función $y = x^2 - 6x + 8$, señalando los puntos más notables a la hora de representarla:

<p>AC Presiona los cursores que consideres adecuados en el MENÚ INICIAL de presentación para seleccionar el modo GRAPH y ejecuta EXE.</p> <p>(o bien presiona directamente la tecla)</p>	
---	--

Aparece la pantalla con la lista de funciones. Borrarnos todas las que haya en el editor en esos momentos colocando la selección sobre cada una de las funciones que queramos eliminar presionando luego:

Procedemos a introducir la función $y = x^2 - 6x + 8$ para lo que, si no está en la forma “y=”, procederemos previamente del siguiente modo:

<p>TYPE Y =</p> <p> </p> <p> </p>	
-----------------------------------	--

Unos parámetros de escala adecuados para este ejercicio podrían ser:

<p>V-Window</p> <p>SHIFT F3</p>	<pre> View Window Xmin :-6.3 max :6.3 scale:1 Ymin :-3.1 max :12.4 scale:1 INIT TRIG STD STO RCL </pre>
<p>EXE</p>	

Una de las novedades que vamos a introducir en este ejercicio es la visualización simultánea de la gráfica y la tabla de valores que vamos a crear. Para ello entramos en la pantalla de ajustes básicos:

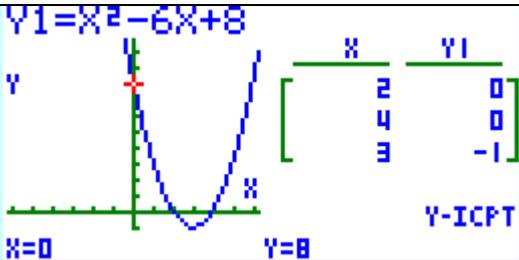
<p>SET UP</p> <p>SHIFT MENU</p>	
<p>Nos colocamos con los cursores sobre la función "Dual Screen" (pantalla doble)</p> <p style="text-align: center;">Gt o T DRAW</p> <p>▼ ▼ F2 EXE F6</p>	

A continuación vamos a calcular algunos puntos notables de la función con la ayuda del potente **G-SOLVE** que posee la calculadora.

<p>G-Solv ROOT</p> <p>SHIFT F5 F1</p> <p>[Puntos de corte con el eje OX (Raíces)] Al cabo de unos instantes aparecerá un cursor parpadeante que comienza a moverse buscando ese punto de corte hasta que lo encuentra, señalando en la parte inferior de la pantalla sus coordenadas.</p>	<pre> Y1=X^2-6X+8 Y X=2 Y=0 ROOT </pre>
<p>EXE</p> <p>En este momento dichas las coordenadas quedarán registradas en la tabla adjunta.</p>	<pre> Y1=X^2-6X+8 Y X Y1 2 0 </pre>
<p>G-Solv ROOT</p> <p>F5 F1</p> <p>Cuando encuentre de nuevo el primer punto de corte presionamos ▶ para que busque el segundo.</p>	<pre> Y1=X^2-6X+8 Y X=4 Y=0 ROOT </pre>
<p>EXE</p>	
<p>G-Solv MIN</p> <p>F5 F3</p> <p>Busca el valor mínimo que toma la función (Vértice)</p> <p>EXE</p>	<pre> Y1=X^2-6X+8 Y X Y1 3 -1 MIN </pre>

Comprueba que las coordenadas del vértice de dicha función $y = x^2 - 6x + 8$ vienen determinadas por la expresión $V\left(\frac{-b}{2a}, y\right)$:

 $V\left(\frac{-b}{2a}, y\right) \rightarrow V\left(\frac{6}{2}, y\right) \rightarrow V(3, y)$

G-Solv F5 Y-ICPT F4 Busca el punto de corte con el eje OY (Ordenadas)	
---	--

A continuación vamos a investigar y a deducir cosas, acudiendo antes a la pantalla de ajustes básicos para dejar la calculadora como estaba inicialmente:

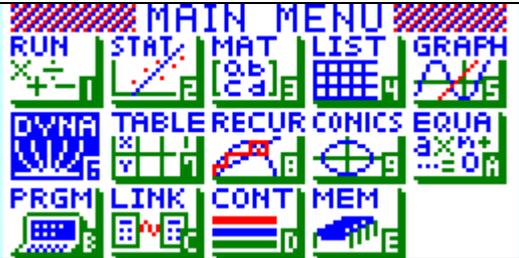
SET UP Off SHIFT MENU F3 EXE	DEL F2 YES F1
Nos situamos con los cursores sobre la gráfica escrita anteriormente para borrarla	

 **ACTIVIDAD 2**

Investiga las características de la función cuadrática del tipo $y = A x^2$

La calculadora gráfica tiene una opción tremendamente interesante para realizar este tipo de investigaciones como son los GRÁFICOS DINÁMICOS.

Para entrar en ellos lo primero que tenemos que hacer es ir al menú inicial

MENU Con los cursores     seleccionamos el modo DYNA . (o presionamos directamente la tecla 6)	
EXE	

Dentro de GRÁFICOS DINÁMICOS vamos a buscar la expresión que responde a la forma Ax^2 y que tiene pregrabada la calculadora

B-IN F5  	
Nos situamos con el cursor sobre la expresión $AX^2 + BX + C$ y la seleccionamos EXE . Señalamos la variable dinámica, es decir A , el coeficiente cuyo valor va a cambiar para producir los diferentes gráficos. VAR F4	
Movemos los cursores y dejamos las variables según los valores que se señalan al margen.	

NOTA: Por defecto siempre nos coloca el coeficiente **A**; si quisiésemos que fuera otro nos colocaríamos con el cursor sobre él y lo **SE**leccionamos presionando **F1**.

En estos momentos hemos tomado como parámetro variable A, siendo los coeficientes B y C iguales a 0. A continuación vamos a asignar la gama de variación del coeficiente dinámico a dicha variable y los incrementos que queremos aplicarle:

<p>RANG F2</p> <p>Nos situamos con el cursor sobre cada posición:</p> <p>Start: Valor inicial. End: Valor final. Pitch: Incrementos que asignamos al coeficiente dinámico. Y le asignamos los valores que deseamos, por ejemplo, los que se citan a la derecha.</p>	
--	--

Procedamos a definir la velocidad con la que va a ir cambiando el gráfico dinámico. Las opciones posibles son:

- Stop & Go:** Cada paso se realiza después de pulsar EXE.
- Slow:** A mitad de velocidad de lo normal.
- Normal:** Velocidad considerada normal que la calculadora fija por defecto.
- Fast:** A doble de velocidad de lo normal.

<p>SPEED EXE F3</p> <p>En este caso lo colocaremos a velocidad lenta colocando el cursor sobre Slow y presionando SEL F1</p>	
<p>EXE</p>	

Por último vamos a decantarnos por una de estas 2 opciones:

Dynamic type: Stop

Se delinear 10 veces todas las gráficas especificadas dentro de los márgenes de la gama del gráfico dinámico y luego la operación de delimitado se detiene (STOP).

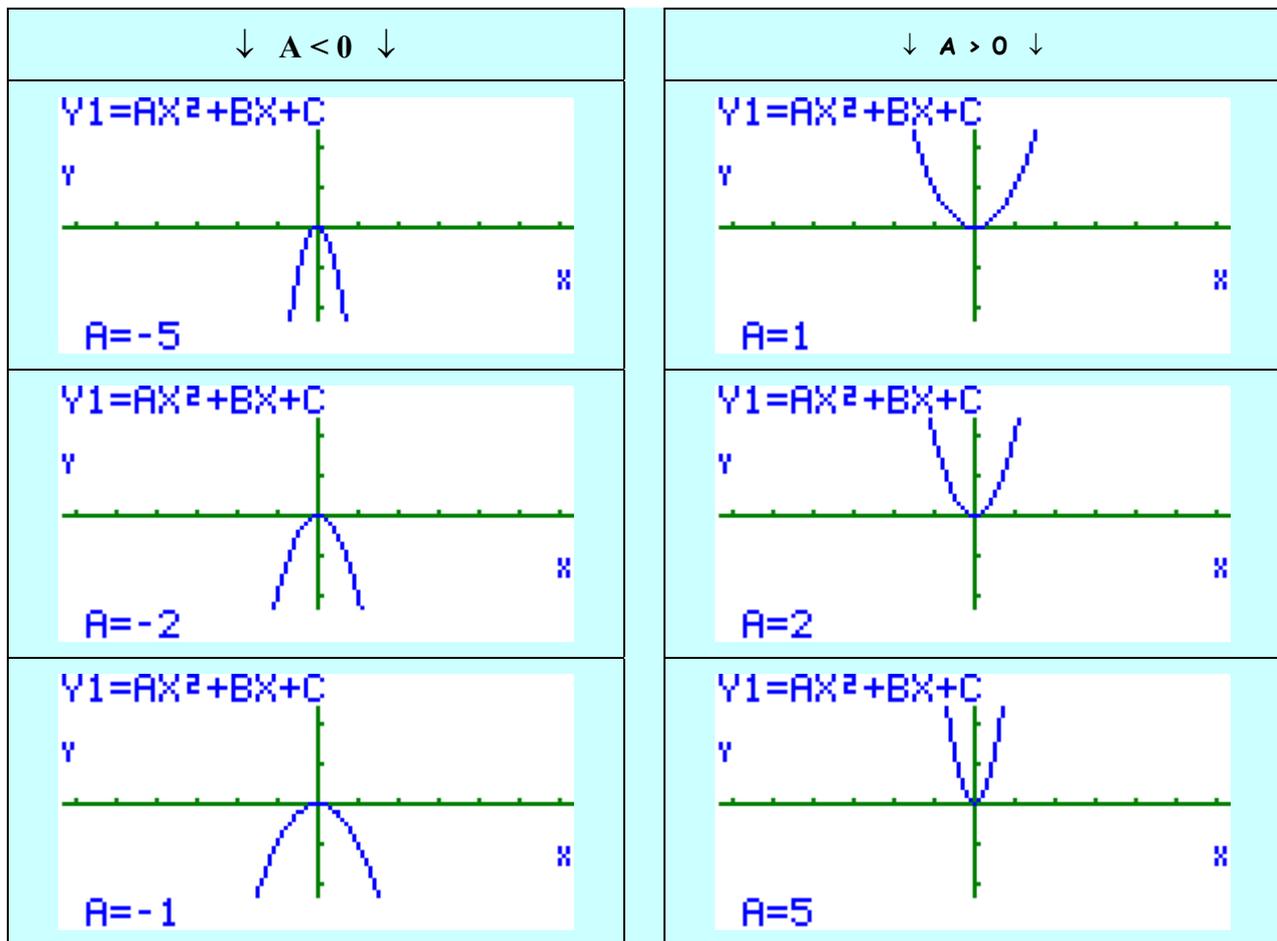
Dynamic type: Cnt

Las gráficas se delinear indefinidamente hasta que se le dé la orden de parar.

En nuestro caso optaremos por **Dynamic type: Stop**

<p>SET UP Stop SHIFT MENU F2</p> <p>A continuación nos situamos sobre "Graph Func" ▼</p> <p>On ▼ ▼ F1</p> <p>De esta forma visualizaremos posteriormente el nombre de la función y los valores que va tomando la variable en cada momento.</p>	
<p>V-Window INIT EXE SHIFT F3 F1 EXE EXE</p> <p>DYNA F6</p> <p>En estos momentos, y pasados unos segundos, ya estamos preparados para iniciarnos en la observación del GRÁFICO DINÁMICO</p>	<p>One Moment Please!</p>

Algunas de las gráficas visualizadas son las siguientes:



CUESTIONES $y = A x^2$

1. ¿Sabes cómo se llaman este tipo de funciones?
2. ¿Sabes cómo se llama la representación gráfica de este tipo de funciones?
3. ¿Qué es el vértice de una parábola? ¿Dónde se encuentra el **vértice**, concretamente, en este tipo de parábolas Ax^2 ?
4. ¿En qué punto o puntos cortan al **eje de abscisas (OX)**?
5. ¿En qué punto o puntos cortan al **eje de ordenadas (OY)**?
6. ¿Los puntos que constituyen las gráficas son simétricos respecto a una línea recta? ¿Sabes cómo se llama dicha recta y qué ecuación tiene?
7. Cuando el coeficiente de la x^2 es positivo:
 - 7.1. ¿Tiene un máximo o un mínimo?.
 - 7.2. ¿En qué cuadrantes se encuentra la función?.
 - 7.3. Las ramas o brazos de la parábola, ¿van hacia arriba o hacia abajo?.
 - 7.4. ¿Qué le ocurre a dichas **ramas o brazos** cuanto más elevado es el coeficiente de la x^2 ?
 - 7.5. ¿Cómo son todos los valores de la función, positivos o negativos?
8. Cuando el coeficiente de la x^2 es negativo:
 - 8.1. ¿Tiene un máximo o un mínimo?.
 - 8.2. ¿En qué cuadrantes se encuentra la función?.
 - 8.3. Las ramas o brazos de la parábola, ¿van hacia arriba o hacia abajo?.
 - 8.4. ¿Qué le ocurre a dichas **ramas o brazos** cuanto más elevado es el coeficiente de la x^2 ?
 - 8.5. ¿Cómo son todos los valores de la función, positivos o negativos?
9. ¿Qué le pasa a la función cuando $A = 0$?

NOTA: Para detener el delineado de gráfico dinámico hay que presionar **AC**; El gráfico puede volver a verse presionando

G↔T
SHIFT F6 EXE



ACTIVIDAD 3: Investiga las características de la función cuadrática del tipo

$$y = A x^2 + C$$

Unos parámetros de escala adecuados para este ejercicio podrían ser:

<p style="text-align: center;">V-Window</p> <p style="text-align: center;"> EXIT SHIFT F3 </p> <p style="text-align: center;">Coloca los parámetros que se indican al margen</p> <p style="text-align: center;"> EXE </p>	<pre style="font-family: monospace; font-size: 0.9em;">View Window Xmin :-6.3 max :6.3 scale:1 Ymin :-6.2 max :6.2 scale:1 INIT TRIG STD STO RCL</pre>
---	--

Vamos a buscar la expresión que responda a dicha forma y que tiene pregrabada la calculadora

<p style="text-align: center;">B-IN</p> <p style="text-align: center;"> F5 </p> <p>Nos situamos con el cursor sobre la tercera expresión:</p> <p style="text-align: center;"> SEL VAR </p> <p style="text-align: center;"> F1 F4 </p> <p>$Ax^2 + Bx + C$ y la SEleccionamos moviéndonos con los cursores, dejamos las variables con los valores que se señalan al margen</p>	<pre style="font-family: monospace; font-size: 0.9em;">Y1=AX^2+BX+C Dynamic Var : A / > A=1 B=0 C=1 SEL RANG SPEED AUTO DYNA</pre>
<p>En estos momentos, cuando estamos sobre C = 1 pasamos a indicarle que C va a ser la variable dinámica:</p> <p style="text-align: center;"> SEL </p> <p style="text-align: center;"> F1 </p> <p>Si dejamos la gama del coeficiente dinámico y la velocidad que ya tenía en el anterior ejercicio:</p>	<pre style="font-family: monospace; font-size: 0.9em;">Y1=AX^2+BX+C Dynamic Var : C / > A=1 B=0 C=1 SEL RANG SPEED AUTO DYNA</pre>
<p style="text-align: center;">DYNA</p> <p style="text-align: center;"> F6 </p> <p>En estos momentos, y pasados unos segundos, ya estamos preparados para iniciar la observación del GRÁFICO DINÁMICO</p>	<p>One Moment Please!</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 15px; margin: 0 auto; background-color: black;"></div>

CUESTIONES

- a) ¿La traslación es vertical u horizontal?
- b) Determina las características de las funciones $y = A x^2 + C$ y formula alguna conclusión.



ACTIVIDAD 4: Investiga y determina las características de la función cuadrática del tipo:

$$y = (x - A)^2$$



ACTIVIDAD 5: Investiga y determina las características de la función cuadrática del tipo:

$$y = (x - A)^2 + B$$