



MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Tiene que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara.
- Todos los procesos que conducen a resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Dado el sistema

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 2 \\ ax - y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \end{array} \right\}$$

- Discuta su compatibilidad según los distintos valores de a . (1.5 puntos)
- Resuélvalo, si es posible, cuando $a = 0$. (1 punto)

Ejercicio 2.- Sean el punto $P(-1, 2, 0)$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z$.

Calcule:

- La ecuación del plano π perpendicular a r pasando por P . (1 punto)
- El punto intersección entre r y π . (1 punto)
- La distancia del punto P a la recta r . (0.5 puntos)

Ejercicio 3.- Se considera la función $f(x) = \begin{cases} ax+b & \text{si } x < 0 \\ 5\text{sen}x - 2\text{cos}x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- Determine el valor de b para que la función sea continua en el punto $x = 0$. (1 punto)
- Calcule el valor de a y b para que la función sea derivable en el punto $x = 0$. (1.5 puntos)

Ejercicio 4.- a) Resuelva por partes la siguiente integral: $\int x(1 - \ln x) dx$. (2 puntos)

- De todas las primitivas de $f(x) = x(1 - \ln x)$ calcule la que pasa por el punto $(1, 3)$. (0.5 puntos)

Nota: $\ln x$ denota el logaritmo neperiano de x .



Opción B

Ejercicio 1.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule los valores de m para los que la matriz $A - mI$ no tiene inversa. (1.5 puntos)

b) Calcule, si existe, la inversa de la matriz $A - 2I$. (1 punto)

Nota: I es la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 2.- Dado el punto $A(0,1,2)$ y el plano $\pi : x - y + z - 4 = 0$

a) Calcule la recta r perpendicular al plano π que pasa por el punto A . (1 punto)

b) Halle el punto intersección entre r y π . (1 punto)

c) Halle el punto simétrico de A respecto de π . (0.5 puntos)

Ejercicio 3.- Resuelva por cambio de variable $\int \frac{e^x - 4e^{2x}}{1 + e^x} dx$. (2.5 puntos)

Ejercicio 4.- Se considera la función $y = \frac{x^2}{1+x}$.

a) Determine las asíntotas de la función anterior. (1 punto)

b) Halle, si existen, los máximos, mínimos y puntos de inflexión. (1 punto)

c) Dibuje aproximadamente su gráfica. (0.5 puntos)



MATEMÁTICAS II

Criterios específicos de corrección

Sólo se corregirán los ejercicios de una de las opciones.

Los errores debidos a despistes no se tendrán en cuenta en la calificación, excepto si son reiterados, simplifican el problema o contradicen resultados teóricos básicos.

No se tendrán en cuenta en la calificación incorrecciones debidas a cálculos anteriores erróneos siempre que exista coherencia en los razonamientos realizados.

Los ejercicios de la prueba se valorarán según la siguiente puntuación:

Opción A

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1.5 puntos, b) 1 punto

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1 punto, c) 0.5 puntos

Ejercicio 3.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1.5 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: a) 2 puntos, b) 0.5 puntos

Opción B

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1.5 puntos, b) 1 punto

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1 punto, c) 0.5 puntos

Ejercicio 3.- Puntuación: 2.5 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1 punto, c) 0.5 puntos