

**MATEMÁTICAS II****ELIGE SOLAMENTE CUATRO DE LOS SEIS BLOQUES PROPUESTOS****BLOQUE 1**

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

- (a) Comprobar que verifica que $A^3 - I = O$, con I matriz Identidad y O matriz nula (1 punto)
 (b) Calcula A^{13} (0.75 puntos)
 (c) Basándose en los apartados anteriores y sin recurrir al cálculo de inversas halla la matriz X que verifica la igualdad $A^2 X + I = A$ (0.75 puntos)

BLOQUE 2

Dado el sistema $\begin{cases} 2x + y = a \\ (1-a)x - y = 1 \\ ax + y = a \end{cases}$

- (a) Estudia su compatibilidad según los valores de a. (1.5 puntos)
 (b) Resuélvelo cuando sea posible. (1 punto)

BLOQUE 3

Dados los puntos A(2; 2; 0), B(0; 0; 2) y C(0; 1; 2):

- (a) Halla el plano π que contiene a los tres puntos. (0.75 puntos)
 (b) Calcula un punto P que esté a distancia de $2\sqrt{2}$ unidades del plano π y del punto medio del segmento AB. (0.75 puntos)
 (c) Considerando D(2; 1; 1) calcula el volumen del tetraedro limitado por los puntos A; B; C y D. (1 punto)

BLOQUE 4

Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ determina las constantes a; b; c; d de manera que simultáneamente:

- Su gráfica pase por el origen de coordenadas y por el punto (2; 2).
 - La función posea un punto de inflexión en $x = 0$.
 - La función posea un mínimo en $x = 1$
- (2.5 puntos)

BLOQUE 5

Dada la función $y = x^4 \cdot e^{-x}$

- (a) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. (1 punto)
 (b) Halla, si existen, los máximos, mínimos y puntos de inflexión. (1 punto)
 (c) Dibuja aproximadamente su gráfica. (0.5 puntos)

BLOQUE 6

Sea la función $f(x) = 1 - x^2$

- (a) Su gráfica determina con el eje de abscisas un recinto limitado D. Calcula su área. (1 punto)
 (b) La gráfica de la función $g(x) = x^2$ divide D en tres partes D_1 ; D_2 y D_3 . Haz un dibujo de los tres recintos. (0.75 puntos)
 (c) Calcula el área del recinto D_2 que contiene al punto (0; 1/2). (0.75 puntos)

Cada uno de los bloques de preguntas puntúa por igual (2.5 puntos). La contestación deberá ser siempre razonada. Tiempo: 1 hora y 30 minutos.