

**MATEMÁTICAS II****ELIGE SOLAMENTE CUATRO DE LOS SEIS BLOQUES PROPUESTOS****BLOQUE 1**

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & a & 1 & 1+a \end{pmatrix}$

- (a) Estudia, en función de  $a$ , el rango de las matrices A y B. (1 punto)  
 (b) Calcula, para  $a = -1$ , la matriz X que verifica  $A \cdot X = B$ . (1.5 puntos)

**BLOQUE 2**

Cierto país importa 21.000 vehículos de tres marcas A, B y C al precio de 10.000, 15.000 y 20.000 euros respectivamente. El total de la importación asciende a 322 millones de euros. Se ha observado que también hay 21.000 vehículos contando solamente los de la marca B y  $\alpha$  veces los de la A.

- (a) Plantea un sistema de ecuaciones con las condiciones del problema en función del número de vehículos de cada marca. (0.75 puntos)  
 (b) Establece el número de vehículos de cada marca suponiendo  $\alpha = 3$ . (0.75 puntos)  
 (c) Estudia si existe algún valor de  $\alpha$  para el cual la situación no pueda darse en el campo de los números reales. (1 punto)

**BLOQUE 3**

Dados el punto A(1, 1, 1) y la recta  $r : \begin{cases} x - y = -1 \\ y - z = 1 \end{cases}$  Calcula:

- (a) Un vector  $u$  director de la recta r. (0.75 puntos)  
 (b) El plano  $\pi$  que contiene a la recta r y al punto A. (0.75 puntos)  
 (c) La recta  $s$  que pasa por el punto A, está contenida en el plano  $\pi$  anterior, y su dirección es perpendicular a la de la recta r. (1 punto)

**BLOQUE 4**

Calcula:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2}$  (1.25 puntos)      (b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{2^n - 8}{2^{n+1}} \right)$  (1.25 puntos)

(Se considera la raíz positiva)

**BLOQUE 5**

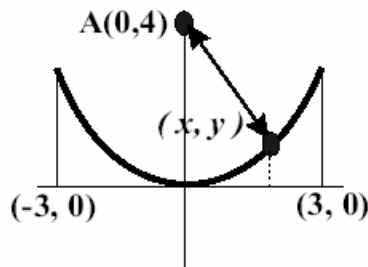
Dada la función  $f(x) = ax^2 + b \cos x + c$  determina las constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  de manera que simultáneamente:

- Su gráfica pase por el punto (0; 1).
- La recta tangente en ese punto (0; 1) sea paralela a la recta  $y = x$ .
- Se verifique que  $\int_0^\pi f(x) dx = \pi \left( \frac{2}{3} \pi^2 + 1 \right) - 2$  (2.5 puntos)

**BLOQUE 5**

Un río describe la curva  $y = \frac{1}{4}x^2$  con  $x \in [-3, 3]$ . En el punto A(0, 4) hay un pueblo:

- (a) Expresa la función distancia entre un punto cualquiera del río y el pueblo en función de la abscisa x. (1 punto)  
 (b) ¿Cuáles son los puntos de este tramo del río que están más alejados y más cercanos al pueblo? (Sugerencia: estudia los máximos y mínimos del cuadrado de la función hallada en el apartado anterior) (1 punto)  
 (c) ¿Hay algún punto del río que esté a una distancia menor que 2 del pueblo? (0.5 puntos)



**Cada uno de los bloques de preguntas puntúa por igual (2.5 puntos). La contestación deberá ser siempre razonada. Tiempo: 1 hora y 30 minutos.**