EL LENGUAJE VISUAL EN LA RESOLUCIÓN DE INECUACIONES

Abel Martín. IES La Ería de Oviedo (Asturias)

INTRODUCCIÓN

La calculadora gráfica se trata de un recurso didáctico que debe de entrar con urgencia en las cada día más anticuadas aulas de nuestros alumnos, como una herramienta auxiliar habitual más.

Cataluña, Valencia, Andalucía y el resto de Europa ya lo han empezado a entender así; los demás, aferrados a la tradición ancestral matemática, seguimos anclados en los viejos algoritmos, considerados como los motores de la "comprensión matemática"; pero en fin, corramos un tupido velo y pasemos a reforzar los métodos algebraicos con otros repletos de un lenguaje más visual y atractivo en un tema como puede ser el de las INECUACIONES.

La calculadora "deambula" errática entre nosotros, casi siempre infrautilizada; pocos son los que la utilizan para "demostrar visualmente" e incluso "ganar tiempo" en la resolución de una inecuación, muchas veces larga y tediosa, lejos de ser el objetivo del tema en el que podamos estar trabajando en un determinado momento: derivadas, optimización de funciones, análisis de comportamientos de modelos matemáticos...

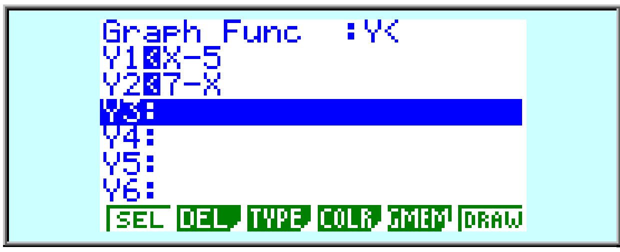
PLANTEAMIENTO

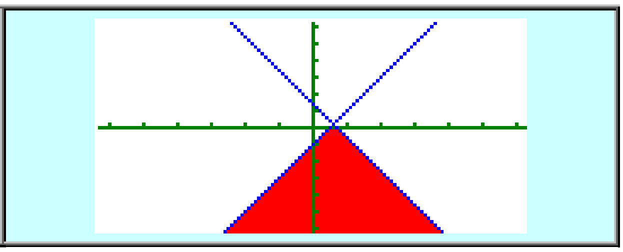
Aquellos que están familiarizados con la calculadora gráfica, saben resolver con ella, de forma rápida y sencilla, sistemas de ecuaciones con 2 incógnitas:

Resolvamos el siguiente sistema de inecuaciones $\left.\begin{array}{l} x-y>5 \\ x+y<7 \end{array}\right\}$

RESOLUCIÓN:

Colocamos cada una de las inecuaciones en forma explícita y procedemos a averiguar cuál es la región de los puntos que la verifican simultáneamente:





La solución viene dada por los infinitos puntos (x, y) pertenecientes a la región sombreada.

El problema se plantea cuando pretendemos resolver ecuaciones que tengan una sola incógnita y cuya solución se encontrará en la recta Real.

Inecuaciones con la "x" en el denominador

Resolvamos la siguiente inecuación $\frac{x+1}{2x-3} \leq 1$

RESOLUCIÓN VISUAL CON CALCULADORA GRÁFICA

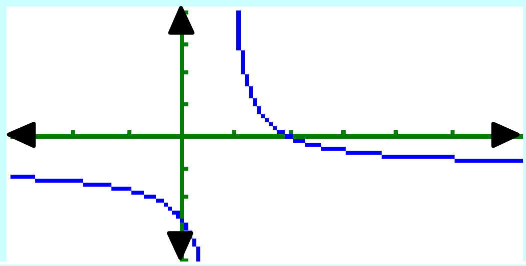
Vamos a resolver con la **calculadora gráfica** la inecuación resultante después de las transformaciones algebraicas pertinentes:

$$\frac{x+1}{2x-3} - 1 \leq 0 \;\Rightarrow\; \frac{x+1-(2x-3)}{2x-3} \leq 0 \;\Rightarrow\; \frac{x+1-2x+3}{2x-3} \leq 0 \;\Rightarrow\; \frac{-x+4}{2x-3} \leq 0$$

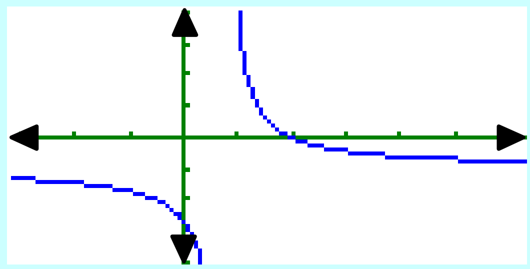
a) Buscamos los valores de "x" para los que $\frac{-x+4}{2x-3}$ es menor o igual que 0

b) Representamos la función

$$y = \frac{-x+4}{2x-3}$$

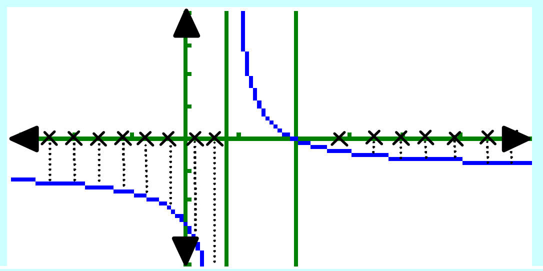


c) ¿Para qué valores de "x" la función $y \leq 0$?



Se observa la gráfica y la respuesta es inmediata:

$\forall x \in \Re / \;\; \mathbf{x < 1.5} \;\; \vee \;\; \mathbf{x \geq 4}$



Pero... ¿cómo lograríamos visualizar gráficamente el "**barrido**" que realiza la variable "x" cuya imagen responda a las restricciones impuestas?.

Muy sencillo:

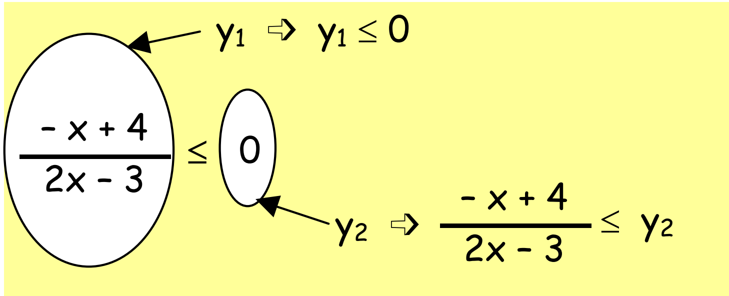
a) Mentalmente observamos que presenta una rama asintótica vertical a la que va a tender la función y que representaremos, para x = 1.5:

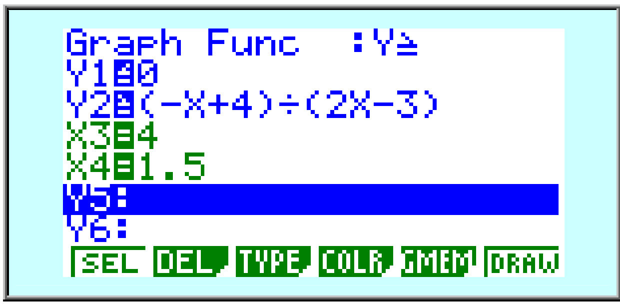
$$2x - 3 = 0 \;\Rightarrow\; 2x = 3 \;\Rightarrow\; \mathbf{x = 1.5}$$

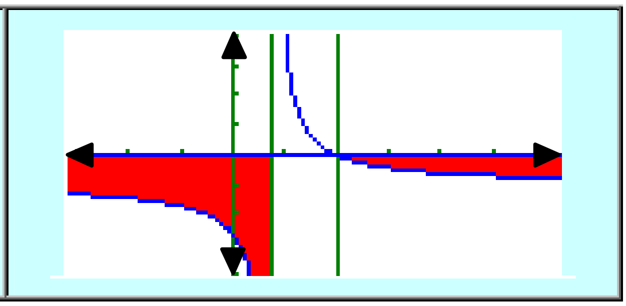
b) Con el **G-SOLVE** de la calculadora averiguamos previamente los puntos de corte de la función con el eje de abscisas OX:

$$y = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x = 4}$$

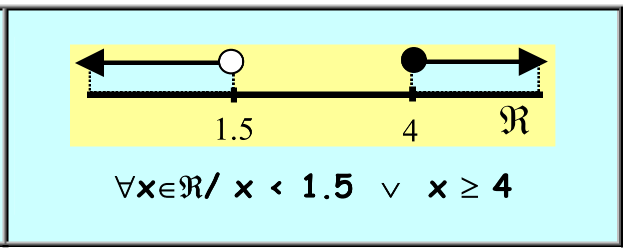
c) ¡Muy importante! Tomaremos la inecuación del enunciado como la intersección de las 2 regiones siguientes que determinan las 2 inecuaciones con 2 incógnitas:







Como la solución se encuentra sobre la recta Real, tomaremos los valores de dicha recta que verifican la solución anterior, desechando x = 1.5 ya que nos hace el denominador 0.



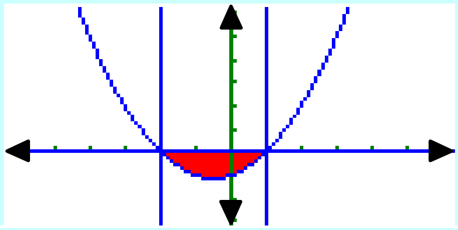
Inecuaciones de segundo grado

Resolvemos la siguiente inecuación $x^2 + x - 2 \leq 0$

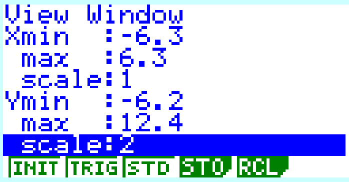
RESOLUCIÓN VISUAL CON CALCULADORA GRÁFICA

Utilizaremos la misma técnica que en el problema anterior con la **calculadora gráfica**, calculando previamente, a través del G-SOLVE de la máquina, los puntos de corte de la función con el eje OX, para representar también las rectas verticales que pasan por dichos puntos:

$x^2 + x - 2 \leq 0 \quad \Rightarrow$	$x^2 + x - 2 \leq y_1$ $y_2 \leq 0$



Como la solución se encuentra sobre la recta Real, tomaremos los valores de dicha recta que verifican la solución anterior:



$\forall x \in \Re / \; -2 \le x \le 1$

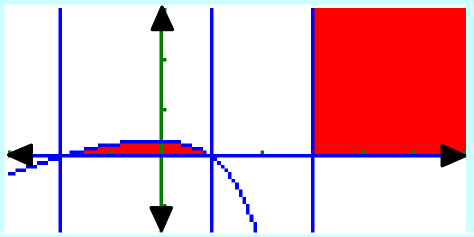
Otras inecuaciones

Resolvamos la siguiente inecuación $\dfrac{(x+2)\cdot(x-1)}{(x-3)} \ge 0$

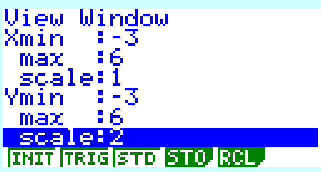
RESOLUCIÓN VISUAL CON CALCULADORA GRÁFICA

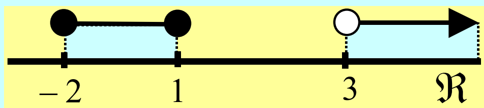
Utilizaremos la misma técnica que en los problemas anteriores con la **calculadora gráfica**, calculando previamente, a través del G-SOLVE de la máquina, los puntos de corte de la función con el eje OX, para representar también las rectas verticales que pasan por dichos puntos:

$\dfrac{(x+2)\cdot(x-1)}{(x-3)} \ge 0 \;\Rightarrow$	$\dfrac{(x+2)\cdot(x-1)}{(x-3)} \ge y_1$ $y_2 \ge 0$



Como la solución se encuentra sobre la recta Real, tomaremos los valores de dicha recta que verifican la solución anterior, desechando x = 3 ya que nos hace el denominador 0





$\{\forall x \in \Re / \; -2 \le x \le 1 \;\; \vee \;\; x > 3\}$