

ECUACIONES BICUADRADAS. RESUELTOS

005

$$36x^4 - 97x^2 + 36 = 0$$

4E/1B

RESOLUCIÓN:

Efectuamos un cambio de variable:

$$x^2 = z \quad x^4 = z^2$$

$$36z^2 - 97z + 36 = 0$$

$$z = \frac{97 \pm \sqrt{97^2 - 4 \cdot 36 \cdot 36}}{2 \cdot 36} = \frac{97 \pm \sqrt{9409 - 5184}}{72} = \frac{97 \pm \sqrt{4225}}{72} = \frac{97 \pm 65}{72} = \begin{cases} z_1 = \frac{97+65}{72} = 9/4 \\ z_2 = \frac{97-65}{72} = 4/9 \end{cases}$$

Deshacemos el cambio de variable si $x^2 = z \rightarrow x = \pm\sqrt{z}$

$$x_1 = +\sqrt{4/9} = +2/3$$

$$x_2 = -\sqrt{4/9} = -2/3$$

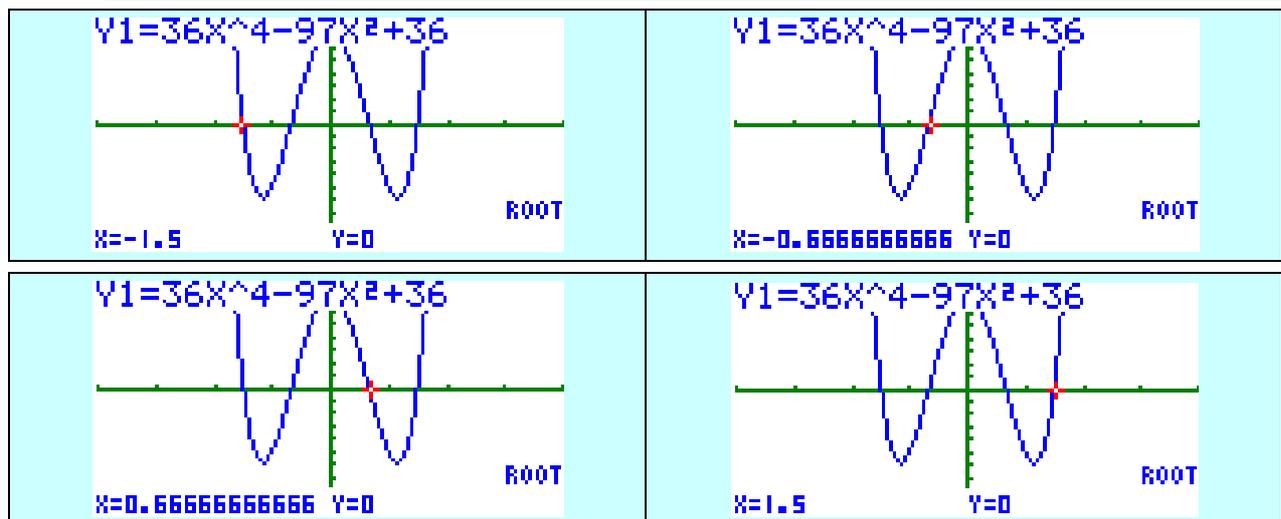
$$x_3 = +\sqrt{9/4} = +3/2$$

$$x_4 = -\sqrt{9/4} = -3/2$$

$$x_1 = +2/3 \quad x_2 = -2/3 \quad x_3 = 3/2 \quad x_4 = -3/2$$



ANÁLISIS GRÁFICO CON CALCULADORA GRÁFICA



006

$$16x^4 - 73x^2 + 36 = 0$$

4E/1B

RESOLUCIÓN:Efectuamos un cambio de variable: $x^2 = z \quad x^4 = z^2$

$$16z^2 - 73z + 36 = 0$$

$$z = \frac{73 \pm \sqrt{73^2 - 4 \cdot 16 \cdot 36}}{2 \cdot 16} = \frac{73 \pm \sqrt{5329 - 2304}}{32} = \frac{73 \pm \sqrt{3025}}{32} = \frac{73 \pm 55}{32} = \frac{73 \pm 55}{32} = \begin{cases} z_1 = \frac{73+55}{32} = 4 \\ z_2 = \frac{73-55}{32} = \frac{9}{16} \end{cases}$$

Deshacemos el cambio de variable si $x^2 = z \Rightarrow x = \pm\sqrt{z}$

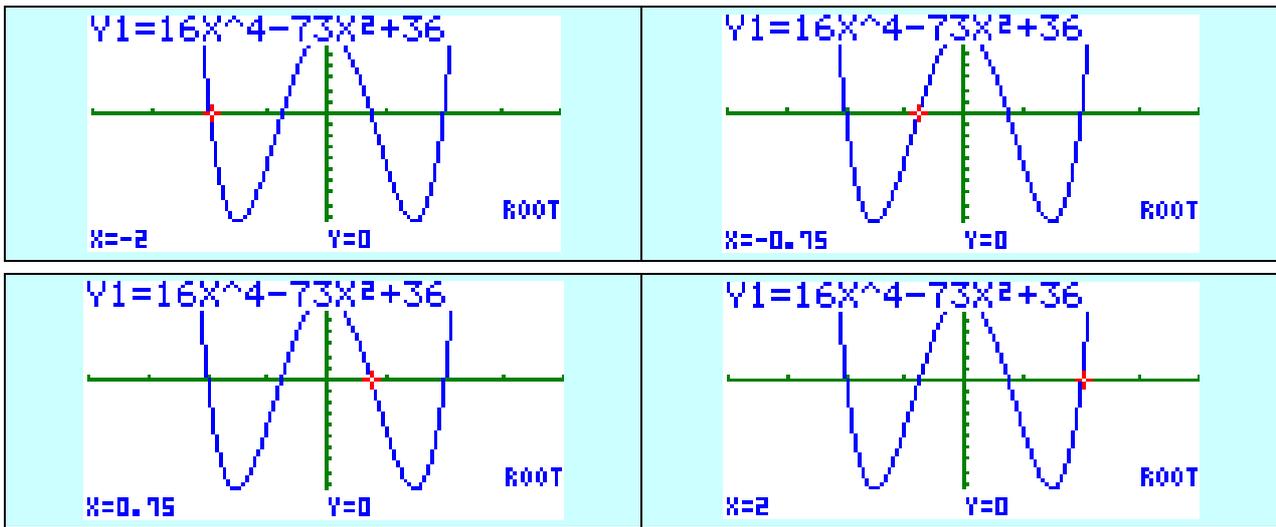
$$x_1 = +\sqrt{4} = +2$$

$$x_2 = -\sqrt{4} = -2$$

$$x_3 = +\sqrt{\frac{9}{16}} = +\frac{3}{4}$$

$$x_4 = -\sqrt{\frac{9}{16}} = -\frac{3}{4}$$

$$x_1 = +2 \quad ; \quad x_2 = -2 \quad ; \quad x_3 = 3/4 \quad ; \quad x_4 = -3/4$$



008	$30 - x^2 = \frac{225}{x^2}$	4E/1B
-----	------------------------------	-------

RESOLUCIÓN:

mcm: x^2

$$30x^2 - x^4 = 225 \rightarrow -x^4 + 30x^2 - 225 = 0$$

$$x^4 - 30x^2 + 225 = 0$$

Se trata de un trinomio cuadrado perfecto:

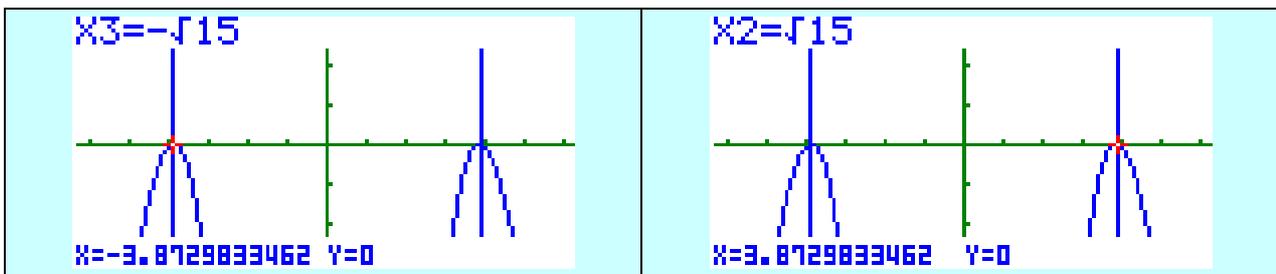
$$(x^2 - 15)^2 = 0$$

♦ $x^2 - 15 = 0$

$$x^2 - 15 = 0 \rightarrow x^2 = 15$$

$$x = \pm \sqrt{15}$$

$x_1 = + \sqrt{15} \cong 3.8729$;	$x_2 = - \sqrt{15} \cong - 3.8729$
----------------------------------	---	------------------------------------

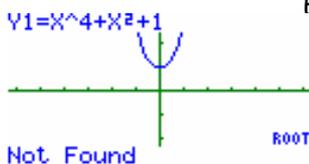


¡¡OJO!!

La calculadora gráfica tiene muchos problemas para encontrar los puntos de intersección de la gráfica con el eje OX en estos casos en los que dicho eje es tangente a la gráfica, por lo que tenemos que buscar métodos alternativos de visualización gráfica.

012	$x^4 + x^2 + 1 = 0$	4E/1B
-----	---------------------	-------

RESOLUCIÓN:



Efectuamos un cambio de variable: $x^2 = z$ $x^4 = z^2$

$$z^2 + z + 1 = 0$$

$$z = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

Como la raíz cuadrada de un número negativo no es un número real, podemos concluir que no hay ningún número Real que verifique la ecuación del enunciado.

014

$$x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 4 = 0$$

4E/1B

RESOLUCIÓN:

iii No se trata de una ecuación bicuadrada !!!

Factorizamos por el método de Ruffini:

	1	1	-3	-4	-4
-2		-2	2	+2	+4
	1	-1	-1	-2	0
2		2	2	2	
	1	1	1	0	

Seguimos por Ruffini pero no obtenemos ninguna raíz entera:

$$(x + 2)(x - 2)(x^2 + x + 1) = 0$$

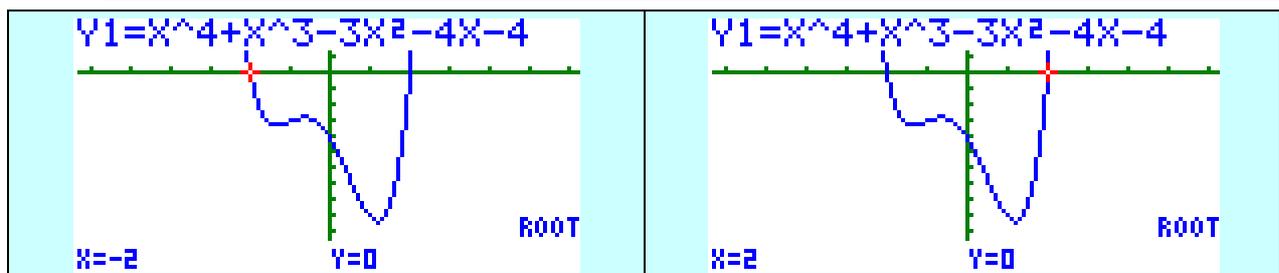
$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \notin \mathbb{R}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 2$$



ANÁLISIS GRÁFICO CON CALCULADORA GRÁFICA



015

$$16x^4 - 72x^2 + 81 = 0$$

4E/1B

RESOLUCIÓN:

Se trata de un trinomio cuadrado perfecto:

$$(4x^2 - 9)^2 = 0$$

$$[(2x + 3)(2x - 3)]^2 = 0$$

$$(2x + 3)^2 (2x - 3)^2 = 0$$

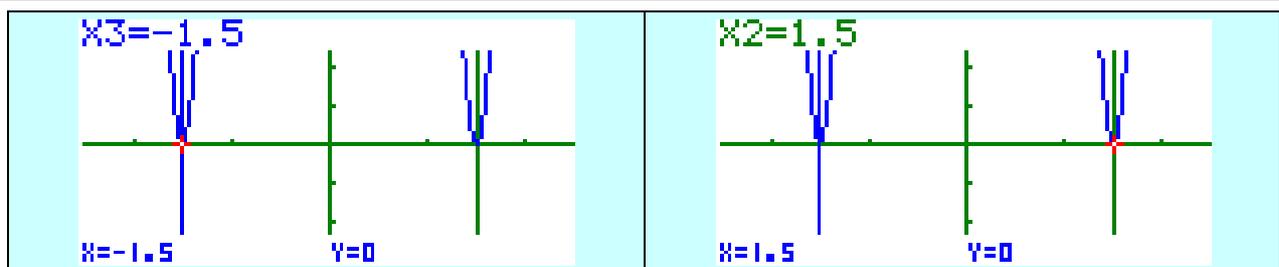
$$\diamond 2x + 3 = 0$$

$$2x = -3 \rightarrow x = -3/2 \rightarrow x = -1.5$$

$$\diamond 2x - 3 = 0$$

$$2x = 3 \rightarrow x = 3/2$$

$$x_1 = +1.5 \quad ; \quad x_2 = -1.5$$



¡¡OJO!! La calculadora gráfica tiene muchos problemas para encontrar los puntos de intersección de la gráfica con el eje OX en estos casos en los que dicho eje es tangente a la gráfica, por lo que tenemos que buscar métodos alternativos de visualización gráfica.