

**CONCURSO:**  
**Programemos con "Classpad"**  
**PRIMER PREMIO. Programas \*.vcp**  
**EstArtic para Classpad**

-----  
 José Antonio Mayor Sánchez de la Campa  
 Operador de Sistemas Informáticos, Inge-  
 niero Técnico en Mecánica y Estudiante de  
 último curso de Ingeniería Superior en Téc-  
 nicas Energéticas.

-----  
**Objetivos**

Obedeciendo a la vocación pedagógica pro-  
 puesta en el concurso "Calculemos con Class-  
 pad", con el presente trabajo se ha pretendi-  
 do, no proporcionar una herramienta para el  
 cálculo de estructuras de nudos articulados  
 al uso de las existentes en otras platafor-  
 mas; sino, más bien, proporcionar a los estu-  
 diantes un entorno sobre el que desarrollar  
 sus ejercicios.

A la vez que se realizan los cálculos, una  
 ventana de salida mostrará lo que se está  
 haciendo en ese momento. La nomenclatura  
 que puede verse en dicha ventana está expli-  
 cada en la eActivity que acompaña a *EstArtic*  
 para Classpad.

**Alcance**

No olvidamos en ningún momento que tene-  
 mos en nuestras manos una herramienta no  
 empresarial sino de estudio, como lo es la  
 Classpad. Bajo esta premisa, **no se puede**  
**pretender resolver estructuras con multi-**  
**tud de nudos**, lo que implicaría el manejo de  
 enormes matrices que complicarían el proce-  
 so de cálculo.

Asimismo, es importante entender que el  
 usuario de *EstArtic* no queda "dispensado" de  
 los conocimientos de diseño y de plantea-  
 miento de los problemas. Lo que aquí se le  
 proporciona es únicamente una herramienta  
 de cálculo, quedando bajo la responsabilidad  
 del que lo emplee el proporcionar datos ade-  
 cuados y coherentes.

**Método de Cálculo**

El procedimiento se basa en el método de la  
 rigidez. En todo momento se intenta que las  
 matrices a manejar sean lo más reducidas  
 posible, y para ello, por ejemplo, en lugar de  
 construir la matriz de rigidez de la estructu-

ra al completo, intentaremos reducirla a la  
 de los grados de libertad; y de realizar los  
 cálculos no de una vez sino encadenados a los  
 precedentes. Todo ello se explicará a su de-  
 bido tiempo con los ejemplos oportunos.

**EstArtic para Classpad. ¿Qué es?**

Se trata de un grupo de herramientas orga-  
 nizadas en un menú inicial, como puede verse  
 en la figura1. Como se verá más adelante, ca-  
 da una de las herramientas cumple un come-  
 tido en el proceso de resolución del proble-  
 ma. No todas serán siempre necesarias, y en  
 ocasiones será el usuario el que decida cuales  
 empleará en función de cómo plantee el pro-  
 blema.

Una breve descripción de las opciones:

**1. Conexión**

Habida cuenta de lo fácil que resulta mon-  
 tar la matriz de conexión de una estructura  
 de nudos articulados (la matriz de equilibrio  
 de las barras es la matriz identidad), el pro-  
 cedimiento para obtener la matriz de rigidez  
 de la estructura será el de multiplicar la ma-  
 triz de conexión por la de rigideces de bar-  
 rras.

Este primer apartado es puramente geomé-  
 trico, y con él se pretende, a partir de los  
 datos de la estructura (nudos en cada barra,  
 y ángulo de la misma respecto a las coordena-  
 das globales), obtener la matriz de con-  
 conexión, de la que como se comentó más arri-  
 ba, quedarán en principio excluidos los nudos  
 sin grados de libertad.

**2. Barras y Estructura**

Se proporciona a la aplicación la rigidez de  
 cada una de las barras ( $EA/L$ ), de forma con-  
 junta o individual. Como resultado obtenemos  
 la matriz de rigideces de barras, y con ella  
 más la de conexión, la matriz de rigidez de la  
 estructura, siempre limitada a los nudos con  
 al menos un grado de libertad.

**3. Ap.Inclin.**

(Opcional dependiendo del problema). Se  
 empleará si alguno de los apoyos de la es-  
 tructura se encuentra girado respecto a las  
 coordenadas globales del problema. Supone  
 una modificación de la matriz de rigidez an-  
 tes calculada, que pasará a ser una matriz  
 "mixta" en cuanto que incluirá en su interior,  
 y sólo para el nudo inclinado, la orientación  
 específica del mismo.

#### 4. Muelles

(Opcional dependiendo del problema). Se empleará si alguno de los nudos libres (en estructuras articuladas planos: dos grados de libertad) está unido a algún muelle. Este hecho no implica que el nudo deje de estar libre sino una modificación de la matriz de rigidez en cuanto que se aporta al grado de libertad sobre el que actúe el muelle, la rigidez del mismo.

#### 5. Cargas

Definición de las cargas sobre la estructura. Se entenderá carga sobre el nudo y cualquier otra tipología distinta deberá ser previamente resuelta por el usuario.

#### 6. Cálculos

Por este orden se irá proporcionando: desplazamiento de los nudos, esfuerzos de las barras y reacciones en los apoyos sin ninguna actuación por parte del usuario. Este apartado depende de que anteriormente se le haya aportado a la aplicación los datos correctos.

#### 7. Solve R

(Opcional dependiendo del problema). Este apartado sirve para particularizar el caso de las estructuras en que uno de los apoyos tiene un grado de libertad y otro restringido, ya sea en la dirección de las coordenadas globales o en otras. El tratamiento dado, que se verá en ejemplos posteriores, será el de considerar que la reacción consecuente al grado de libertad restringido es una carga sobre la estructura (en el apartado 5. Cargas) de valor R. Así las cosas, el apartado anterior 6. Cálculos nos habrá proporcionado los resultados en función de R. Este apartado 7. Solve R determinará el valor real de R en cuanto el usuario proporcione una condición de contorno adecuada, que no es otra que considerar, en el vector desplazamiento obtenido, valor cero allá donde se encuentre la restricción.

#### 8. With R

(Opcional dependiendo del problema). Este apartado está ligado al anterior, pues en él, se sustituye R de los cálculos por el valor numérico obtenido en 7. Solve R. Posteriormente, se recalculará la estructura con el mencionado valor numérico.

#### 9. Informe

Muestra datos, procedimientos intermedios y resultados.

#### Nota Importante:

Los ángulos que solicite la aplicación deberán introducirse medidos desde la x local a la X Global en sentido antihorario.

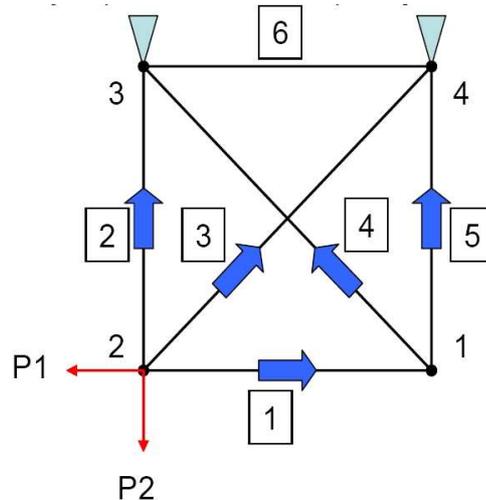
Nota: Resulta conveniente (no es estrictamente necesario), antes de comenzar un ejercicio nuevo, borrar las matrices de los precedentes. Por ello resulta aun más conveniente, bloquear en la carpeta de ClassPad en que se encuentre la aplicación los programas para evitar la pérdida de los mismos.

#### Ejemplos de Cálculo

##### Ejemplo 1

Considérese la estructura de figura con las cargas que se indican. Resolver, obteniendo los desplazamientos, esfuerzos y reacciones con *EstArtic* para Classpad.

Datos: La longitud de las barras 2 y 5 es de 5 m; La longitud de las barras 1 y 6 es de 5 m; La rigidez de todas las barras de la estructura (EA/L) es de 104 T/m; Los valores de las cargas P1 y P2 sobre el nudo 2 son de 6 y 8 T respectivamente.



#### Solución

La barra número 6, que une dos apoyos fijos, queda eliminada en principio de los cálculos.

Datos de partida: se tomará una a una cada barra y se introducirán, por este orden el nudo inicial, el final, y el ángulo medido de la siguiente forma: de la dirección x local, a la dirección X global en sentido antihorario. Como ejemplo, para la barra número 1, obsérvese la Figura 2 que muestra como acceder al procedimiento de definición de la matriz de conexión; y posteriormente las 3 a 8, que muestran como introducir los datos de la barra 1.

Figura 1



Figura 2



Figura 3

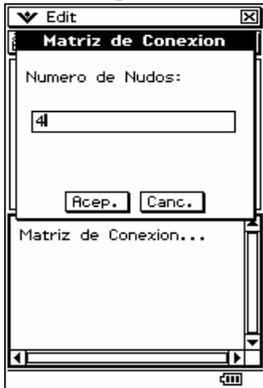


Figura 4

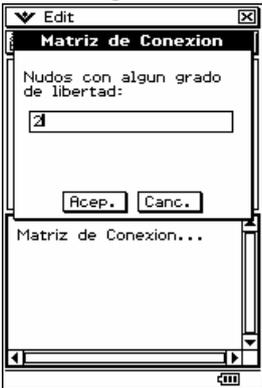


Figura 5



Figura 6



Figura 7



Figura 8



Las figuras 9 y 10 muestran la peculiaridad de que no hace falta calcular previamente el ángulo a introducir (puede administrarse la expresión oportuna).

A continuación, el procedimiento solicitará que se introduzcan los nudos con algún grado de libertad. En el ejemplo propuesto son el 1 y el 2 (ver figura 11).

Figura 9



Figura 10



Figura 11

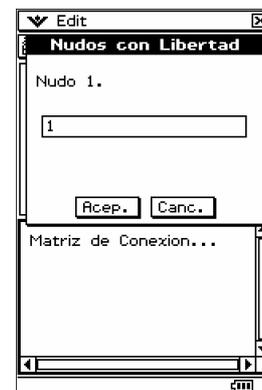
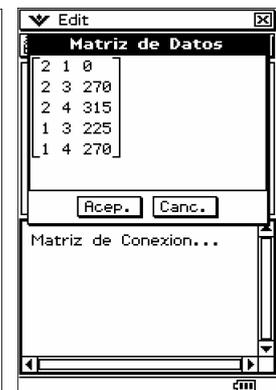
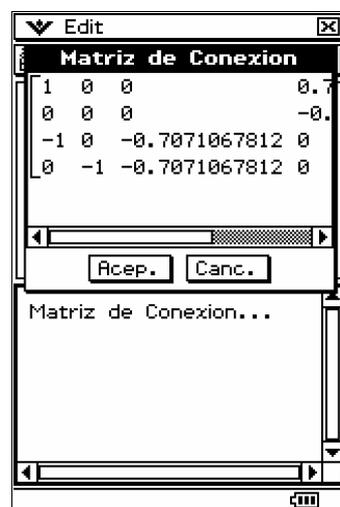


Figura 12



Tras alguna pantalla de comprobación de datos introducidos, como la 12, aparecerá la matriz de conexión de la estructura (fig 13).

Figura 13



Continuamos introduciendo datos. La opción 2 nos permite introducir la rigidez de las barras. El problema indica que todas tienen  $10^4$  T/m sea cual sea su longitud. La forma de introducir esto en el programa es introducir EA=100000, para todas las barras y 1 para todas las barras. Ver figuras 14 a 21 (comprobar como la parte baja de la aplicación muestra en cada momento la operación que se está realizando).

El ejercicio propuesto no contiene apoyos inclinados ni con grados de libertad (apoyos con solo uno de los grados de libertad restringidos). Tampoco contiene muelles. Todas estas circunstancias "afectarían" a la matriz de rigidez de la estructura. Por tanto, pasamos directamente a la definición de las cargas sobre la estructura. Ver figuras 22 a 28.

Finalmente, accedemos al apartado de Cálculos. Ver figuras 29 a 35.

Si queremos ver un resumen del ejercicio, podemos hacerlo mediante la opción 9.

Figura 14

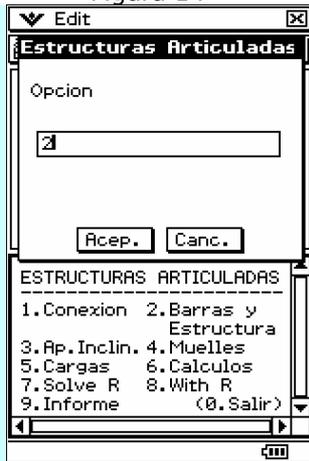


Figura 15

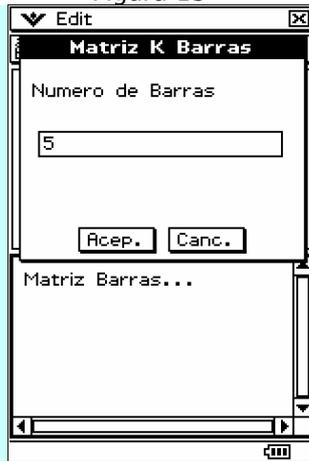


Figura 16

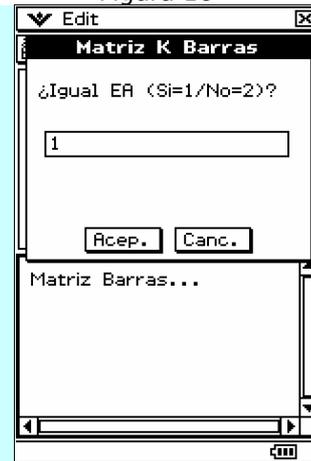


Figura 17

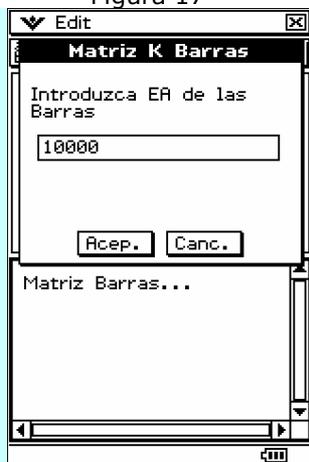


Figura 18

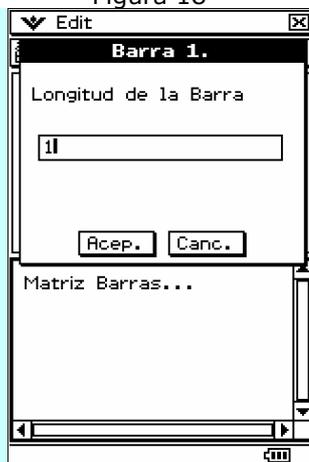


Figura 19

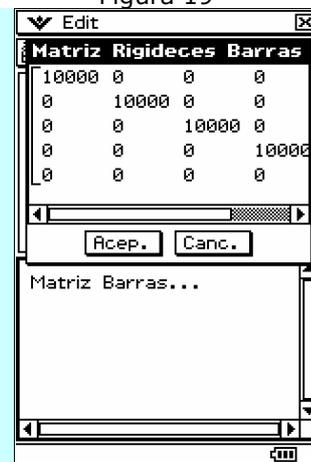


Figura 20



Figura 21

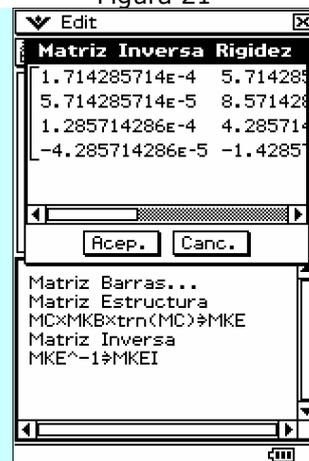


Figura 22

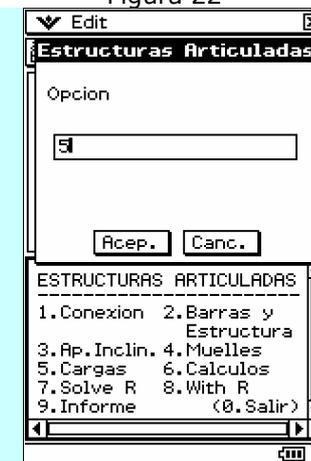


Figura 23

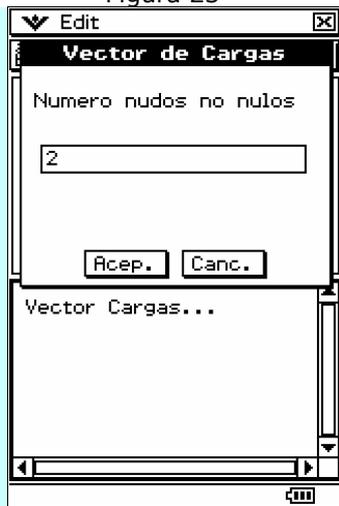


Figura 24



Figura 25



Figura 26



Figura 27



Figura 28



Figura 29

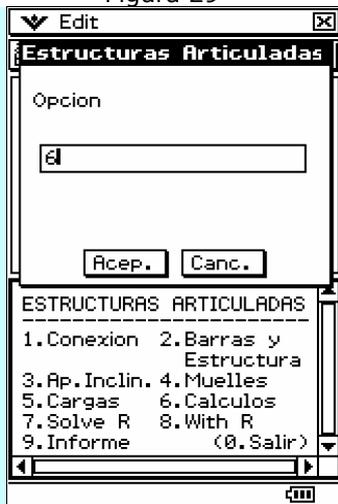


Figura 30

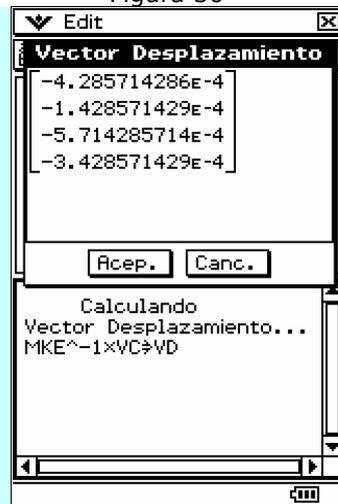


Figura 31

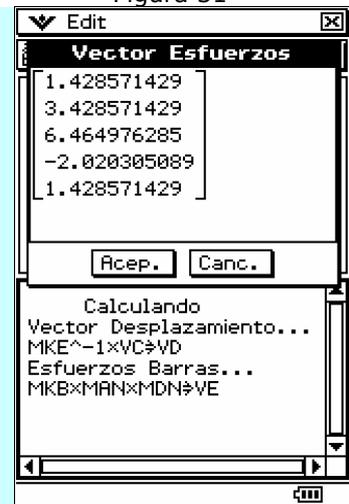


Figura 32

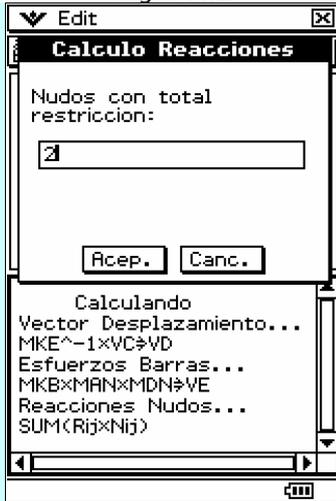


Figura 33

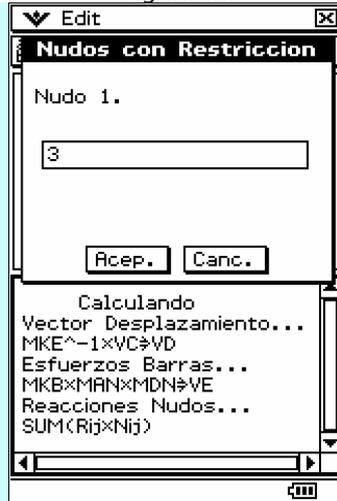


Figura 34

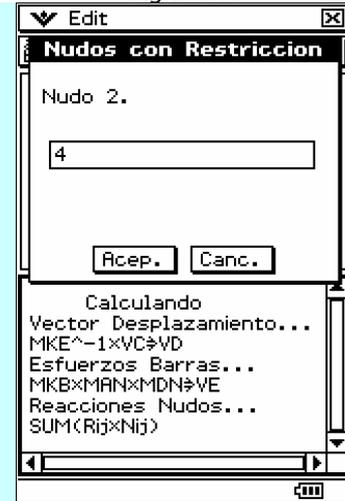
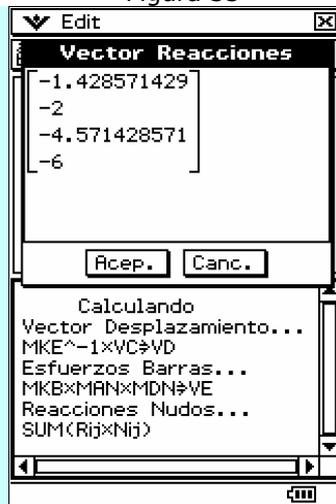
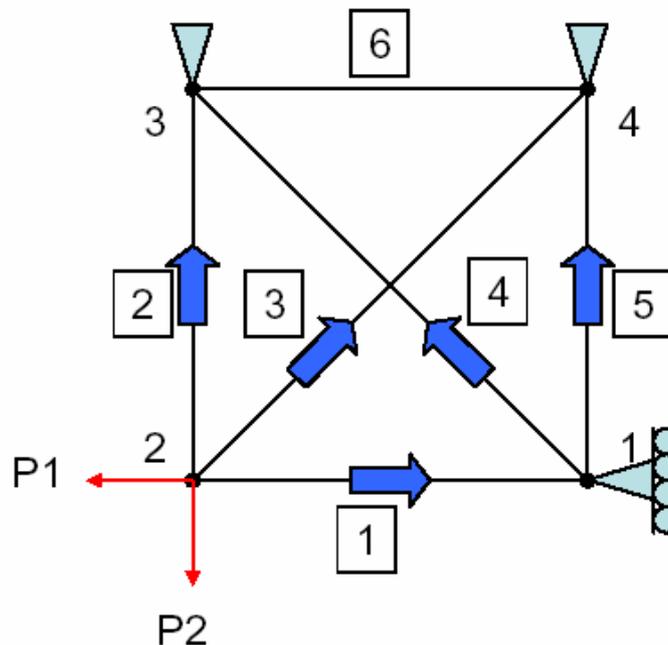


Figura 35



### Ejemplo 2

Supóngase la estructura anterior, a la que, sin variar ninguno de los datos aportados, se le añade un apoyo móvil en el nudo 1. Resolver, obteniendo los desplazamientos, esfuerzos y reacciones con *EstArtic* para Classpad.



## Solución

Se observa, como única diferencia, que el nudo 1 se ha convertido en apoyo deslizante, en el que queda restringido el movimiento según el eje X global, y donde aparecerá una reacción en esa dirección.

El tratamiento de este problema será el siguiente:

Los datos geométricos y de rigidez coinciden con los del ejemplo anterior. Se sustituye el apoyo en 1 por una reacción según el eje X global, que será en principio, una incógnita denominada R.

Al introducir el vector de cargas de la estructura se tendrá en cuenta que sobre 1, en la dirección X actúa una fuerza R. Obtenemos los desplazamientos de los nudos, que quedarán en función de R.

Introducimos la condición del apoyo 1, a saber: El movimiento según el eje X, del nudo 1, es nulo. Esto nos proporciona el valor de la reacción R.

Volvemos al vector de cargas, donde sustituiremos la incógnita R por el valor obtenido.

Realizamos los cálculos.

## Notas:

(1º) Necesariamente, hay que introducir R (ningún otro carácter)

(2º) Una vez aparezca el vector desplazamiento en función de R puede (debe) interrumpirse el programa, pues ya tenemos lo que necesitamos. Posteriormente, se reiniciará de nuevo y se pasará directamente al procedimiento 7. Solve R

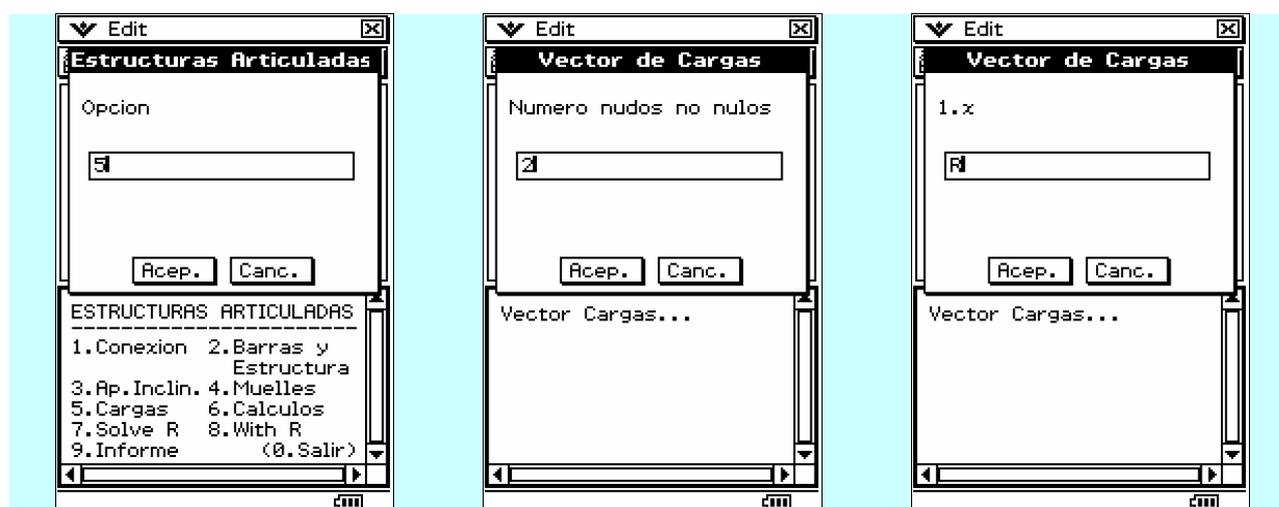
(3º) La nomenclatura para introducir la función a resolver es siempre la misma:

$$1.x=VD[1,1]; \quad 1.y=VD[2,1]; \quad 2.x=VD[3,1]; \quad VD[4,1]; \quad \dots$$

O sea, el vector desplazamiento que proporciona el programa tiene un número de filas igual al número de nudos no nulos por dos y una sola columna. El número 1, 2,... en este caso no se refiere al que tiene cada nudo en la estructura, sino al "número de orden" con que se introdujeron los nudos no nulos. Por ejemplo, si en una estructura los nudos no nulos introducidos hubieran sido 3 y 4 (por ese orden), entonces VD[1,1] se referiría no a 1.x sino a 3.x

(4º) Una vez aparezca el valor de R, el siguiente apartado a introducir ser 8. With R. Esta opción sustituye en el vector de cargas el valor de R

(5º) Recalcula (a partir del punto 6), para obtener el resto de resultados.





▼ Edit

**Vector de Cargas**

1.y

Acep. Canc.

Vector Cargas...

▼ Edit

**Vector de Cargas**

2.x

Acep. Canc.

Vector Cargas...

▼ Edit

**Vector de Cargas**

2.y

Acep. Canc.

Vector Cargas...

▼ Edit

**Vector de Cargas**

R

Acep. Canc.

Vector Cargas...

▼ Edit

**Estructuras Articuladas**

Opcion

Acep. Canc.

ESTRUCTURAS ARTICULADAS

1.Conexion 2.Barras y Estructura

3.Ap.Inclin. 4.Muelles

5.Cargas 6.Calculos

7.Solve R 8.With R

9.Informe (0.Salir)

▼ Edit

**Vector Desplazamiento**

1. 714285714e-4·R-4. 2857142857

5. 714285714e-5·R-1. 42857142857

1. 285714286e-4·R-5. 7142857142857

-4. 285714286e-5·R-3. 42857142857

Acep. Canc.

Calculando Vector Desplazamiento...  
MKE<sup>-1</sup>·VC⇒VD

▼ Edit

**Estructuras Articuladas**

Opcion

Acep. Canc.

ESTRUCTURAS ARTICULADAS

1.Conexion 2.Barras y Estructura

3.Ap.Inclin. 4.Muelles

5.Cargas 6.Calculos

7.Solve R 8.With R

9.Informe (0.Salir)

▼ Edit

**Resolver**

Introduzca la Funcion:  
Variable Denominada R

Acep. Canc.

ESTRUCTURAS ARTICULADAS

1.Conexion 2.Barras y Estructura

3.Ap.Inclin. 4.Muelles

5.Cargas 6.Calculos

7.Solve R 8.With R

9.Informe (0.Salir)

▼ Edit

**Valor de R**

Acep. Canc.

ESTRUCTURAS ARTICULADAS

1.Conexion 2.Barras y Estructura

3.Ap.Inclin. 4.Muelles

5.Cargas 6.Calculos

7.Solve R 8.With R

9.Informe (0.Salir)

**Estructuras Articuladas**

Opcion

Acep. Canc.

ESTRUCTURAS ARTICULADAS

1.Conexion 2.Barras y Estructura

3.Ap.Inclin. 4.Muelles

5.Cargas 6.Calculos

7.Solve R 8.With R

9.Informe (0.Salir)

**Valor con R**

Aplicar a la solución del problema el valor R=2.50

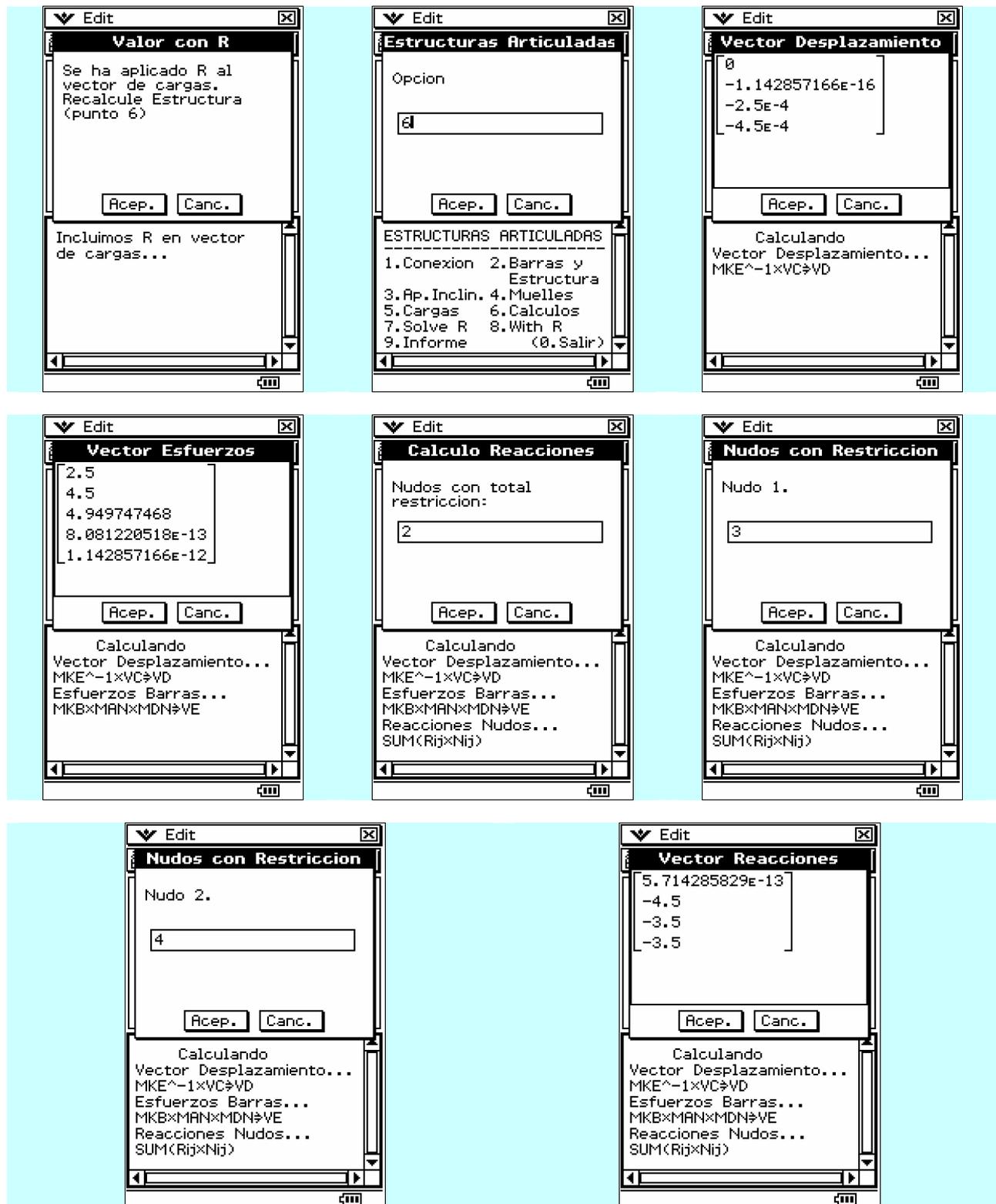
Acep. Canc.

Incluimos R en vector de cargas...

**Vector Cargas**

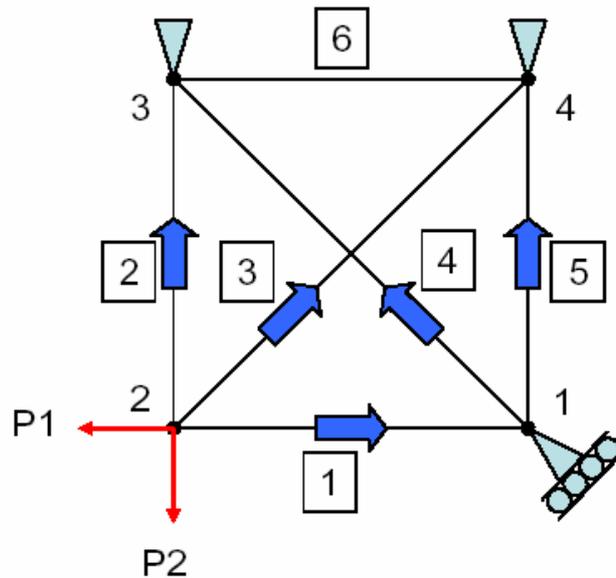
Acep. Canc.

Incluimos R en vector de cargas...



### Ejemplo 3

Supóngase la estructura anterior, a la que, sin variar ninguno de los datos aportados, se gira el apoyo móvil del nudo 1 45° respecto a las coordenadas globales. Resolver, obteniendo los desplazamientos, esfuerzos y reacciones con EstArtic para Classpad.



**Solución**

En este caso vamos a modificar la matriz de rigidez de la estructura, en cuanto que queremos convertirla en una "matriz mixta" que contemple la dirección local del apoyo girado.

El tratamiento de este problema, con EstArtic, será el siguiente:

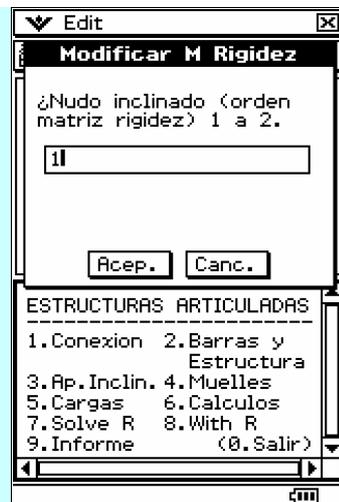
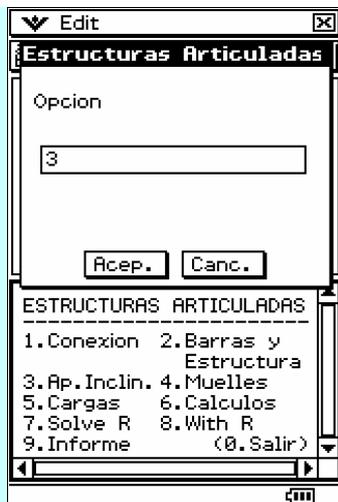
Indicaremos cuál es el apoyo girado, y cuantos grados (medidos desde el eje global al local) se ha girado. Opción 3

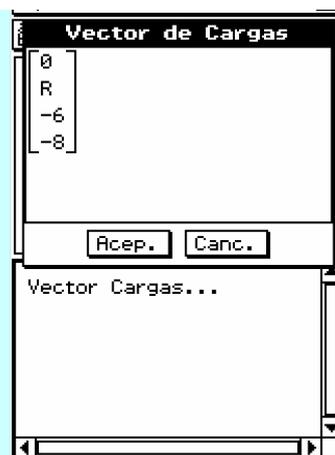
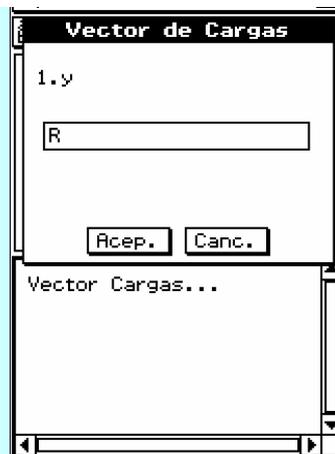
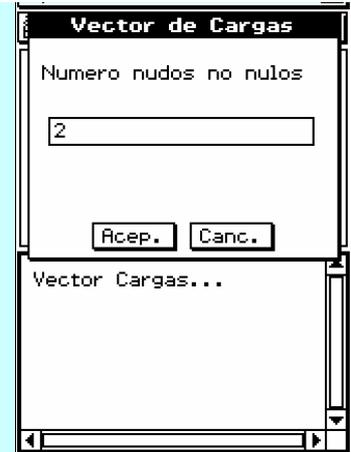
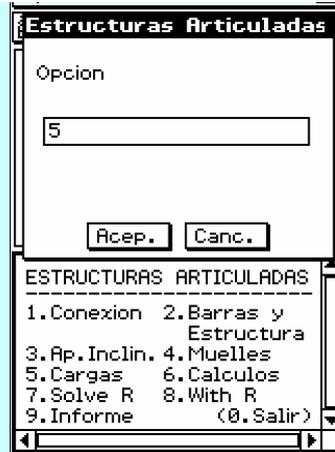
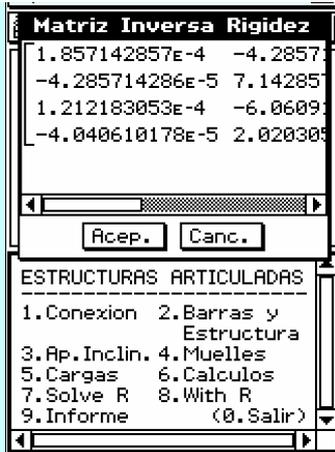
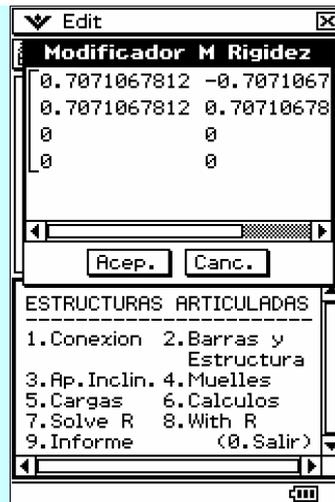
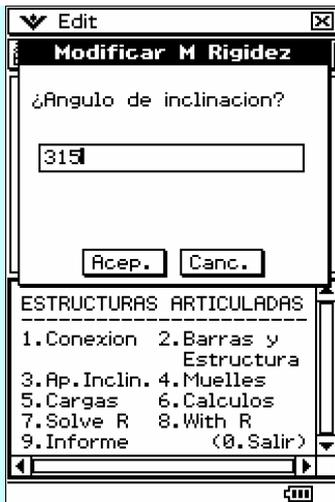
El programa preguntará por la dimensión de la matriz de rigidez a modificar.

Recordemos que es 4. Cuando solicitan el nudo inclinado en cuestión, se refiere a su número de orden en la matriz de rigidez, en nuestro caso, el nudo 1 es el primero de la matriz de rigidez, pues así se introdujo cuando se preguntó por los nudos no nulos. Al introducir el ángulo se cuidará de que vaya medido desde la x local a la X Global en sentido antihorario.

El programa proporcionará la matriz de rigidez modificada (donde solo deber haber cambiado las filas y columnas correspondientes al nudo en cuestión) y la nueva matriz inversa.

A partir de ahí, los cálculos se realizan como en el ejemplo anterior. Ahora, cuando se hable de 1.x o 1.y, se entenderá la dirección local del nudo 1. Por tanto, obsérvese como cuando se ha de introducir la carga externa (reacción) del nudo 1, ésta se introduce en la dirección 1.y, que es el movimiento impedido. Por el mismo motivo, cuando se trata de obtener el valor de R, mediante resolución del elemento correspondiente del vector, la función a introducir será VD[2,1]







▼ Edit

### Vector Desplazamiento

-4.285714286E-5·R-4.0406  
7.142857143E-5·R+2.02036  
-6.060915267E-5·R-5.7142  
2.020305089E-5·R-3.42857

Acep. Canc.

Calculando  
Vector Desplazamiento...  
MKE<sup>-1</sup>·VC⇒VD

▼ Edit

### Estructuras Articuladas

Opcion

7

Acep. Canc.

ESTRUCTURAS ARTICULADAS

1.Conexion 2.Barras y Estructura  
3.Ap.Inclin. 4.Muelles  
5.Cargas 6.Calculos  
7.Solve R 8.With R  
9.Informe (0.Salir)

▼ Edit

### Resolver

Introduzca la Funcion:  
Variable Denominada R

VD[2,1]

Acep. Canc.

ESTRUCTURAS ARTICULADAS

1.Conexion 2.Barras y Estructura  
3.Ap.Inclin. 4.Muelles  
5.Cargas 6.Calculos  
7.Solve R 8.With R  
9.Informe (0.Salir)

### Valor de R

-2.828427125

Acep. Canc.

ESTRUCTURAS ARTICULADAS

1.Conexion 2.Barras y Estructura  
3.Ap.Inclin. 4.Muelles  
5.Cargas 6.Calculos  
7.Solve R 8.With R  
9.Informe (0.Salir)

▼ Edit

### Estructuras Articuladas

Opcion

8

Acep. Canc.

ESTRUCTURAS ARTICULADAS

1.Conexion 2.Barras y Estructura  
3.Ap.Inclin. 4.Muelles  
5.Cargas 6.Calculos  
7.Solve R 8.With R  
9.Informe (0.Salir)

### Valor con R

Aplicar a la solución  
del problema el valor  
R=-2.83

Acep. Canc.

Incluimos R en vector  
de cargas...

### Vector Cargas

0  
-2.828427125  
-6  
-8

Acep. Canc.

Incluimos R en vector  
de cargas...

### Valor con R

Se ha aplicado R al  
vector de cargas.  
Recalcule Estructura  
(punto 6)

Acep. Canc.

Incluimos R en vector  
de cargas...

▼ Edit

### Estructuras Articuladas

Opcion

8

Acep. Canc.

ESTRUCTURAS ARTICULADAS

1.Conexion 2.Barras y Estructura  
3.Ap.Inclin. 4.Muelles  
5.Cargas 6.Calculos  
7.Solve R 8.With R  
9.Informe (0.Salir)

### Vector Desplazamiento

-2.828427125E-4  
-5.474270412E-16  
-4E-4  
-4E-4

Acep. Canc.

Calculando  
Vector Desplazamiento...  
MKE<sup>-1</sup>·VC⇒VD

### Vector Esfuerzos

1.171572875  
4  
5.656854249  
-2  
5.474270412E-12

Acep. Canc.

Calculando  
Vector Desplazamiento...  
MKE<sup>-1</sup>·VC⇒VD  
Esfuerzos Barras...  
MKB×MAN×MDN⇒VE

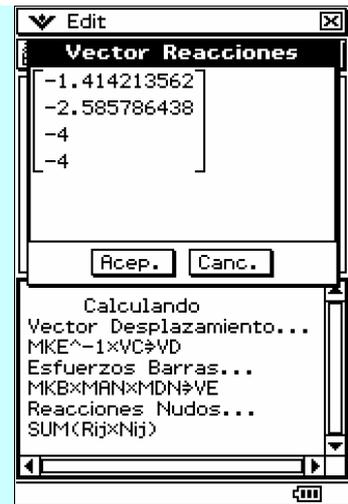
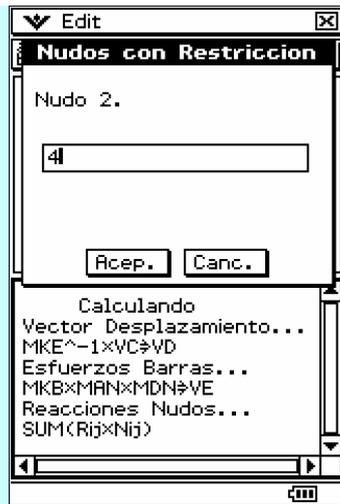
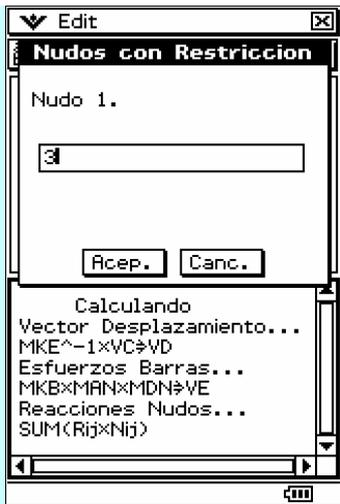
### Calculo Reacciones

Nudos con total  
restriccion:

2

Acep. Canc.

Calculando  
Vector Desplazamiento...  
MKE<sup>-1</sup>·VC⇒VD  
Esfuerzos Barras...  
MKB×MAN×MDN⇒VE  
Reacciones Nudos...  
SUM(Rij×Nij)

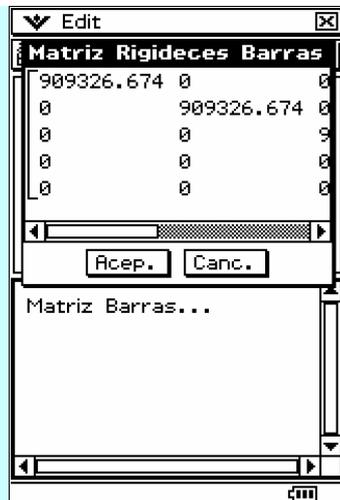
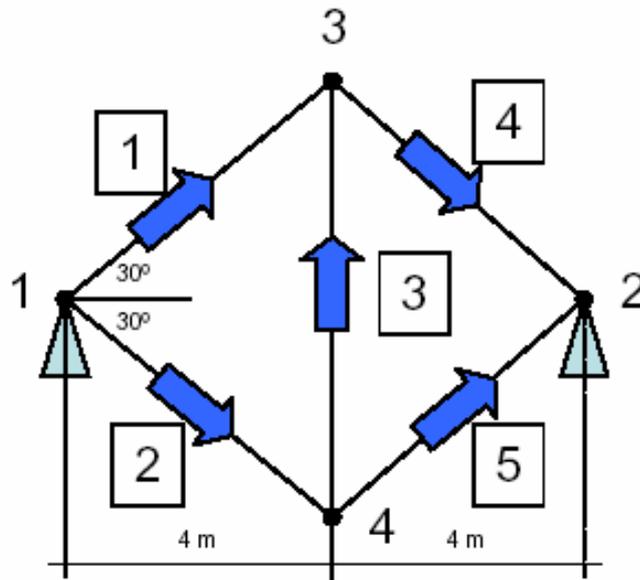


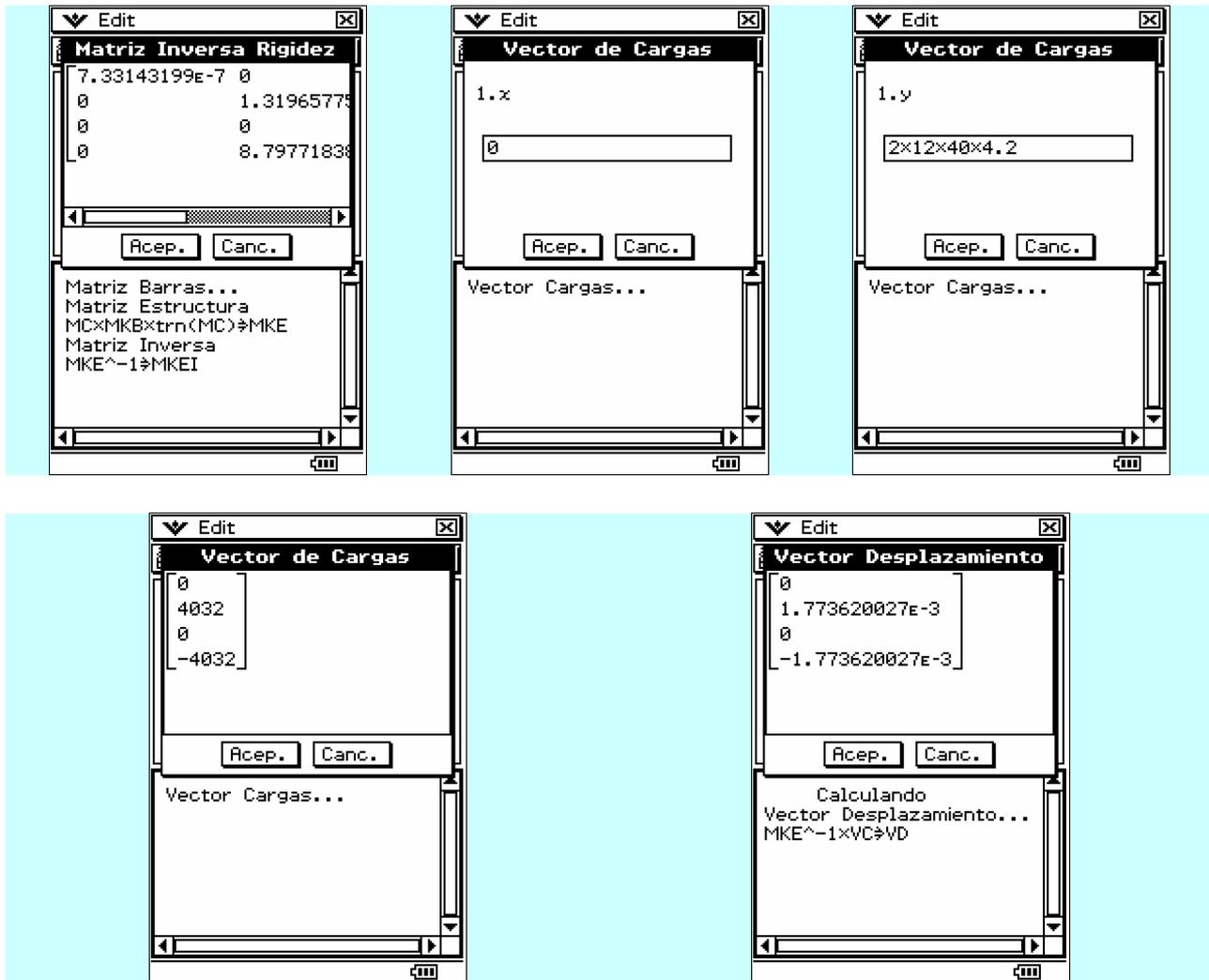
**Ejemplo 4**

Todas las barras de la estructura de la figura sufren un aumento de temperatura de 40 °C  
 Calcular los desplazamientos de los nudos empleando EstArtic para Classpad.

Para todas las barras:  $EA = 4.2 \times 10^6 \text{ Kg}$ .

Para todas las barras:  $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$





### Ejemplo 5

Determinar el movimiento del nudo 1 así como los axiles de las barras de la estructura cuando del nudo 1 cuelga verticalmente un peso de 30 Tn y la barra 1-2 sufre un enfriamiento de 40 °C.

Datos: La barra 1-2 es de sección variable. Varía linealmente de 4 cm<sup>2</sup> en el nudo 2 a 12 cm<sup>2</sup> en el nudo 1.

$$\alpha = 12 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

Solución:

Determinar el movimiento del nudo 1 así como los axiles de las barras de la estructura

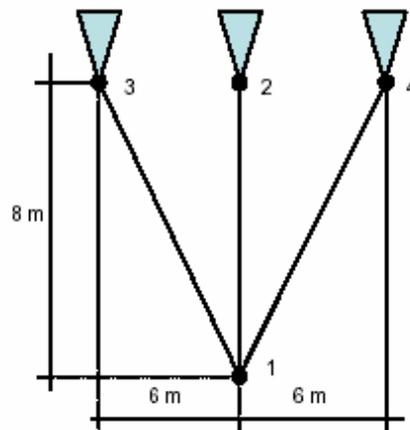
Se establece que la barra 1 y su sentido en coordenadas locales sea 1 - 3

Se establece que la barra 2 y su sentido en coordenadas locales sea 1 - 2

Se establece que la barra 3 y su sentido en coordenadas locales sea 1 - 4

El primer paso para solucionar el problema será determinar la rigidez de la barra 1-2, que es de sección variable. Aunque este caso no está contemplado en EstArtic para ClassPad, se mostrará como se puede obtener mediante la ClassPad mediante la eActivity (que se adjunta) denominada RigSeccionVariable.

El resultado que se obtiene es de 18204.78 Kg/cm



Para resolver este problema, hay que resolver los estados 0 y 1, al considerarse que las tensiones de origen térmico "cargan la barra". Si únicamente hubieran pedido los desplazamientos no sería necesario considerar ambos estados.

A efectos de cálculo, el considerar los dos estados significa que el cálculo se va a realizar, considerando para la estructura una carga vertical en el nudo 1 que será igual a

$$- 30000 + (\alpha \times L \times T \times 18204.78), \text{ o sea: } - 18348.94$$

El resultado final obtenido será incompleto para la barra que sufre el enfriamiento, pues habrá que sumarle  $\alpha \times L \times T \times 18204.78$  (es lo que se hace en la última de las pantallas, que no pertenece a EstArtic para ClassPad: Es MAIN de ClassPad)

The sequence of calculator screens is as follows:

- Matriz de Conexion:** Shows a 2x3 matrix:  $\begin{bmatrix} 0.6 & 0 & -0.6 \\ -0.8 & -1 & -0.8 \end{bmatrix}$
- Matriz Rigideces Barras:** Shows a 3x3 matrix:  $\begin{bmatrix} 12000 & 0 & 0 \\ 0 & 18204.78 & 0 \\ 0 & 0 & 12000 \end{bmatrix}$
- Matriz Rigidez Estructu:** Shows a 2x2 matrix:  $\begin{bmatrix} 8640 & -1.00800 \\ -1.0080000002E-8 & 33564.78 \end{bmatrix}$
- Matriz Inversa Rigidez:** Shows the inverse of the structure rigidity matrix:  $\begin{bmatrix} 1.157407407E-4 & 3.475863 \\ 3.475865683E-17 & 2.979313 \end{bmatrix}$
- Vector de Cargas:** Shows a 2x1 vector:  $\begin{bmatrix} 0 \\ -18348.94 \end{bmatrix}$
- Vector Desplazamiento:** Shows the calculated displacement vector:  $\begin{bmatrix} -6.377845086E-13 \\ -0.5466724346 \end{bmatrix}$
- Vector Esfuerzos:** Shows the calculated effort vector:  $\begin{bmatrix} 5248.055372 \\ 9952.051404 \\ 5248.055372 \end{bmatrix}$
- Edit Acción Interactivo:** Shows the final calculation:  $VEC2, 1J + 11651 \rightarrow VEC2, 1J$  resulting in  $\begin{bmatrix} 5248.055372 \\ 21603.0514 \\ 5248.055372 \end{bmatrix}$



**DESCARGAR** 